

MODELIZACION MATEMÁTICA DEL FUNCIONAMIENTO DE UN COLECTOR SOLAR CALENTADOR DE AIRE DE DOBLE FLUJO EN CO-CORRIENTE

Alejandro L. Hernández

Universidad Nacional de Salta (UNSa), Avda. Bolivia N° 5.150, CP. 4400, Salta Capital
Instituto de Investigación en Energías No Convencionales (INENCO), UNSa – CONICET
Tel. 0387-4255579 – Fax 0387-4255489. E-mail: alejoher65@gmail.com

Recibido: 12-11-10; Aceptado: 30-11-10.

RESUMEN.- En este trabajo se presenta el desarrollo de un modelo matemático que describe el comportamiento termo-energético de colectores solares calentadores de aire de doble flujo en co-corriente por convección natural. Partiendo de los balances locales de energía se obtuvieron expresiones algebraicas para el factor de eficiencia F' y el coeficiente global de pérdida de calor, U_L , como así también los flujos másicos y las distribuciones de temperatura de ambas corrientes de aire a lo largo del colector. Además, se determinaron las expresiones de sus temperaturas medias y de la temperatura local de placa. El modelo predice que el flujo másico del aire que circula entre la placa absorbidora y la cubierta transparente es mayor que el flujo másico circulante por el otro canal. La temperatura del aire a la salida del colector es el promedio ponderado de las temperaturas de salida de ambos canales, siendo los factores de ponderación sus respectivos flujos másicos.

Palabras claves: colector solar de aire, modelización matemática.

MATHEMATICAL MODELING OF THE PERFORMANCE OF A DOUBLE PARALLEL-FLOW AIR HEATER SOLAR COLLECTOR

ABSTRACT.- In this paper, the development of a mathematical model that describes the thermal behavior of a double parallel-flow air heater solar collector working by natural convection is presented. Based on local energy balances, the algebraic expressions for the efficiency factor, F' , and the overall heat loss coefficient, U_L , were obtained as well as the mass flow rates and temperature distributions of the two air currents along the collector. It also determined the expression of their average temperatures and the local temperature of the absorber plate. Model predicts that the mass flow of air circulating between the absorber plate and transparent cover is greater than the mass flow circulating through the other channel. The output air temperature is the weighted average outlet temperatures of both channels, being the weights their respective flows.

Keywords: air heater solar collector, mathematical modeling.

1. INTRODUCCIÓN

Desde la década del 70, en el siglo pasado, hasta el presente se han diseñado y ensayando numerosos prototipos de colectores solares calentadores de aire. Sin embargo, las configuraciones básicas son sólo cuatro, diferenciadas por el lugar por donde fluye el aire en contacto con la placa colectora:

1. Flujo de aire entre la placa colectora y la cubierta.
2. Flujo de aire entre la placa colectora y el fondo del colector.
3. Doble flujo: una corriente de aire entre la placa colectora y la cubierta y otra corriente entre la placa colectora y el fondo del colector, en co-corriente o contra-corriente.
4. Flujo de aire a través de una matriz porosa o placa perforada.

Cada uno de estos modelos tienen distintas eficiencias de conversión de la energía solar en calor, aumentando sus valores del primero al último. K.S. Ong (1995) desarrolló un modelo matemático para predecir la performance térmica de los tres primeros tipos de colectores mencionados emplean-

do el método de inversión de matrices a fin de evitar la resolución del sistema de ecuaciones resultante de los balances de energía involucrados en el funcionamiento de un colector solar. La modelización computacional es de suma importancia a los fines de simular el funcionamiento del colector bajo distintas condiciones climáticas y en distintas latitudes.

Mohamad (1997) estudió, mediante simulación computacional, el comportamiento termo-energético de un colector solar calentador de aire de doble flujo en contracorriente que incluye una matriz porosa en el canal formado entre la placa absorbidora y el fondo del colector. Su estudio estuvo orientado a la disminución de las pérdidas de calor desde la cubierta transparente al ambiente y a la maximización de la transferencia de calor desde la placa absorbidora al aire circulante dentro del colector. Concluyó que la eficiencia de este diseño de colector puede exceder el 75 % bajo condiciones normales de operación.

En trabajos recientes se ha estudiado el incremento de la transferencia de calor hacia el fluido caloportador potenciando la turbulencia mediante el uso de aletas,

obstáculos y baffles fijados a la placa absorbadora (Pottler et al, 1999; Ammari, 2003; Moumimi et al, 2004; Romdhane, 2007). Con este tipo de colectores se han obtenido eficiencias térmicas de hasta un 80 %.

Duffie & Beckman (2006), presentaron valores del coeficiente global de pérdida de calor, U_L , y del factor de eficiencia del colector calentador de aire, F' , para las configuraciones del tipo 1 y 2 mencionadas anteriormente pero no para la configuración 3.

En este trabajo se presenta entonces el desarrollo de un modelo matemático que describe el desempeño termofísico de un colector solar calentador de aire por convección natural de doble flujo en co-corriente sin matriz porosa. Las expresiones matemáticas obtenidas con este modelo permiten desarrollar herramientas computacionales de gran utilidad para el diseño de colectores solares de este tipo como así también para la simulación de sus funcionamientos en cualquier ubicación geográfica y sometidos a distintas condiciones climáticas.

2. BALANCE LOCAL DE ENERGIA

El modelo matemático desarrollado en este trabajo parte del balance de energía en estado estacionario entre el aire que fluye dentro del colector solar y el aire exterior que lo rodea por toda su envolvente a fin de determinar el coeficiente global de pérdida de calor, U_L , y su factor de eficiencia F' . Los coeficientes de transferencia de calor incluidos en las ecuaciones se muestran en la figura 1. La línea punteada representa la cubierta transparente.

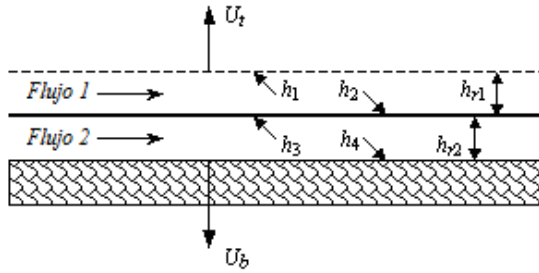


Fig. 1: Detalle de los coeficientes de transferencia de calor dentro del colector.

donde:

h_1 : coeficiente de transferencia de calor por convección bajo la cubierta transparente en $W/m^2 \text{ } ^\circ C$.

h_2 y h_3 : coeficientes de transferencia de calor por convección sobre la placa absorbadora en $W/m^2 \text{ } ^\circ C$.

h_4 : coeficiente de transferencia de calor por convección sobre la superficie del fondo en $W/m^2 \text{ } ^\circ C$.

h_{r1} : coeficiente de transferencia de calor por radiación entre la placa absorbadora y la cubierta en $W/m^2 \text{ } ^\circ C$.

h_{r2} : coeficiente de transferencia de calor por radiación entre la placa absorbadora y el fondo en $W/m^2 \text{ } ^\circ C$.

U_t : coeficiente global de transferencia de calor desde la cubierta hacia el aire exterior en $W/m^2 \text{ } ^\circ C$.

U_b : coeficiente global de transferencia de calor desde el fondo del colector hacia el aire exterior en $W/m^2 \text{ } ^\circ C$.

Si la cubierta del colector consta de dos o más láminas de material transparente con aire entre ellas, el coeficiente U_t cuantifica la pérdida de calor desde la primera lámina contando desde el interior, que está a temperatura T_{c1} , hacia el ambiente exterior que se encuentra a temperatura T_a .

En una determinada posición dentro del colector, los balances de energía en estado estacionario para la cubierta transparente, el aire que fluye por el canal 1, la placa colectora, el aire que fluye por el canal 2 y el aislante térmico del fondo del colector quedan expresados, respectivamente, mediante

$$U_t(T_a - T_{c1}) + h_1(T_{f1} - T_{c1}) + h_{r1}(T_p - T_{c1}) = 0 \quad (1)$$

$$h_1(T_{c1} - T_{f1}) + h_2(T_p - T_{f1}) = q_{u1} \quad (2)$$

$$S + h_2(T_{f1} - T_p) + h_{r1}(T_{c1} - T_p) + h_3(T_{f2} - T_p) + h_{r2}(T_b - T_p) = 0 \quad (3)$$

$$h_3(T_p - T_{f2}) + h_4(T_b - T_{f2}) = q_{u2} \quad (4)$$

$$U_b(T_a - T_b) + h_4(T_{f2} - T_b) + h_{r2}(T_p - T_b) = 0 \quad (5)$$

donde:

S : irradiancia solar absorbida en la placa colectora en W/m^2 .

T_{f1} : temperatura local del aire que fluye por el canal 1 (entre el absorbador y la cubierta 1) en $^\circ C$.

T_{f2} : temperatura local del aire que fluye por el canal 2 (entre el absorbador y la aislación térmica) en $^\circ C$.

T_p : temperatura local de la placa absorbadora en $^\circ C$.

T_b : temperatura local de la superficie interior de la aislación térmica en el fondo del colector en $^\circ C$.

q_{u1} : energía útil ganada localmente por el aire que fluye por el canal 1 en W/m^2 .

q_{u2} : energía útil ganada localmente por el aire que fluye por el canal 2 en W/m^2 .

Despejando de la Ec. (1) el valor de la temperatura de la cubierta 1 se obtiene

$$T_{c1} = \frac{U_t T_a + h_1 T_{f1} + h_{r1} T_p}{U_t + h_1 + h_{r1}} \quad (6)$$

Igualmente, el valor de la temperatura del fondo del colector se obtiene despejando de la Ec. (5)

$$T_b = \frac{U_b T_a + h_4 T_{f2} + h_{r2} T_p}{U_b + h_4 + h_{r2}} \quad (7)$$

Reemplazando estas expresiones de T_{c1} y T_b en la Ec. (3) se obtiene la temperatura de placa como

$$T_p = \frac{S \Sigma_1 \Sigma_2 + (h_2 \Sigma_1 + h_1 h_{r1}) \Sigma_2 T_{f1} + (h_3 \Sigma_2 + h_4 h_{r2}) \Sigma_1 T_{f2} + (h_{r1} U_t \Sigma_2 + h_{r2} U_b \Sigma_1) T_a}{(h_2 + h_3) \Sigma_1 \Sigma_2 + h_{r1} (U_t + h_1) \Sigma_2 + h_{r2} (U_b + h_4) \Sigma_1} \quad (8)$$

donde

$$\Sigma_1 = U_t + h_1 + h_{r1} \quad (9)$$

$$\Sigma_2 = U_b + h_4 + h_{r2} \quad (10)$$

La Ec. (8) establece que la temperatura de placa depende de S , T_{f1} , T_{f2} y T_a y, por lo tanto, T_{c1} y T_b dependen también de estas variables. Esto significa que conociendo la irradiancia solar y las temperaturas de las dos corrientes de fluido y del ambiente exterior se pueden estimar las otras tres mediante las Ec. (6) a (8).

Reemplazando las Ec. (6) y (8) en la Ec. (2) y las Ec. (7) y (8) en la Ec. (4) se obtienen las expresiones de las ganancias de energía de los fluidos que circulan por ambos canales:

$$q_{u1} = \frac{h_1 U_t (T_a - T_{f1}) + (h_2 \Sigma_1 + h_1 h_{r1}) (T_p - T_{f1})}{\Sigma_1} \quad (11)$$

$$q_{u2} = \frac{h_4 U_b (T_a - T_{f2}) + (h_3 \Sigma_2 + h_4 h_{r2}) (T_p - T_{f2})}{\Sigma_2} \quad (12)$$

Desarrollando los términos $(T_p - T_{f1})$ y $(T_p - T_{f2})$ y sumando miembro a miembro las Ec. (11) y (12) se obtiene la energía útil total ganada localmente por el fluido que circula dentro del colector

$$q_u = q_{u1} + q_{u2} = F' [S - U_{01} (T_{f1} - T_a) - U_{02} (T_{f2} - T_a)] \quad (13)$$

donde

$$F' = \frac{(h_2 + h_3) \Sigma_1 \Sigma_2 + h_1 h_{r1} \Sigma_2 + h_4 h_{r2} \Sigma_1}{\Sigma_3} \quad (14)$$

$$U_{01} = \frac{h_1 U_t \Sigma_3 + (h_2 \Sigma_1 + h_1 h_{r1}) (h_{r1} U_t \Sigma_2 + h_{r2} U_b \Sigma_1)}{[(h_2 + h_3) \Sigma_1 \Sigma_2 + h_1 h_{r1} \Sigma_2 + h_4 h_{r2} \Sigma_1] \Sigma_1} \quad (15)$$

$$U_{02} = \frac{h_4 U_b \Sigma_3 + (h_3 \Sigma_2 + h_4 h_{r2}) (h_{r1} U_t \Sigma_2 + h_{r2} U_b \Sigma_1)}{[(h_2 + h_3) \Sigma_1 \Sigma_2 + h_1 h_{r1} \Sigma_2 + h_4 h_{r2} \Sigma_1] \Sigma_2} \quad (16)$$

siendo

$$\Sigma_3 = (h_2 + h_3) \Sigma_1 \Sigma_2 + h_{r1} (U_t + h_1) \Sigma_2 + h_{r2} (U_b + h_4) \Sigma_1 \quad (17)$$

Definiendo el coeficiente global de pérdida de calor del colector, U_L , como

$$U_L = U_{01} + U_{02} \quad (18)$$

la Ec. (13) puede escribirse como

$$q_u = F' [S - U_L (\langle T_f \rangle - T_a)] \quad (19)$$

donde

$$\langle T_f \rangle = \frac{U_{01} T_{f1} + U_{02} T_{f2}}{U_L} \quad (20)$$

es la temperatura media del fluido en una determinada posición dentro del colector. La Ec. (19) es una expresión equivalente a la del calor útil ganado localmente por un fluido que circula dentro de un colector de un solo canal.

3. DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURAS DENTRO DEL COLECTOR

Para poder estimar cada uno de los coeficientes de transferencia de calor por convección dentro de ambos canales del colector (h_1 a h_4) es necesario calcular los valores medios de T_{f1} y T_{f2} entre la entrada y la salida del colector. Para ello se debe encontrar primero la distribución de estas temperaturas a lo largo del colector en la dirección del flujo planteando balances de energía dentro del volumen de control esquematizado con líneas de trazos en la figura 2.

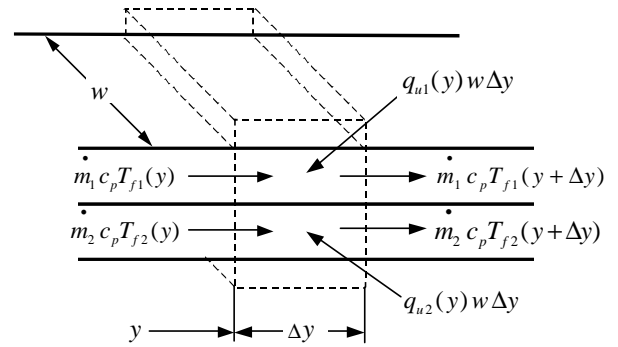


Fig. 2: Balances de energía en un volumen de control fijo a una distancia y del borde de la placa colectora.

Si w es el ancho del colector, los balances de energía dentro del volumen de control para cada corriente de aire son

$$\dot{m}_1 c_p T_{f1}(y) + q_{u1}(y) w \Delta y = \dot{m}_1 c_p T_{f1}(y + \Delta y) \quad (21)$$

$$\dot{m}_2 c_p T_{f2}(y) + q_{u2}(y) w \Delta y = \dot{m}_2 c_p T_{f2}(y + \Delta y) \quad (22)$$

donde \dot{m}_1 y \dot{m}_2 son los flujos máscicos del aire en cada canal.

Reacomodando los términos, las ecuaciones de balance anteriores resultan

$$\frac{T_{f1}(y + \Delta y) - T_{f1}(y)}{\Delta y} = \frac{w}{\dot{m}_1 c_p} q_{u1}(y) \quad (23)$$

$$\frac{T_{f2}(y + \Delta y) - T_{f2}(y)}{\Delta y} = \frac{w}{m_2 c_p} q_{u2}(y) \quad (24)$$

Tomando el $\lim \Delta y \rightarrow 0$ se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales lineales en la variable espacial y

$$m_1 \frac{dT_{f1}(y)}{dy} = \frac{w}{c_p} q_{u1}(y) \quad (25)$$

$$m_2 \frac{dT_{f2}(y)}{dy} = \frac{w}{c_p} q_{u2}(y) \quad (26)$$

Sumando miembro a miembro estas ecuaciones se obtiene

$$\begin{aligned} m_1 \frac{dT_{f1}(y)}{dy} + m_2 \frac{dT_{f2}(y)}{dy} &= \frac{w}{c_p} (q_{u1}(y) + q_{u2}(y)) \\ &= \frac{w}{c_p} q_u(y) \end{aligned} \quad (27)$$

donde q_u se calcula a partir de la Ec. (13). Ahora bien, el factor de eficiencia del colector F' puede escribirse como

$$F' = \frac{h_2 \Sigma_1 \Sigma_2 + h_1 h_{r1} \Sigma_2}{\Sigma_3} + \frac{h_3 \Sigma_1 \Sigma_2 + h_4 h_{r2} \Sigma_1}{\Sigma_3} = F_1' + F_2' \quad (28)$$

Por lo tanto, el calor útil total ganado por el fluido a una distancia y del borde de ataque de la placa colectora puede escribirse como

$$\begin{aligned} q_u(y) &= F_1' \left[S - \frac{F' U_{01}}{F_1'} (T_{f1}(y) - T_a) \right] + \\ &+ F_2' \left[S - \frac{F' U_{02}}{F_2'} (T_{f2}(y) - T_a) \right] \end{aligned} \quad (29)$$

Reemplazando esta expresión en la Ec. (27) se obtiene

$$\begin{aligned} m_1 \frac{dT_{f1}(y)}{dy} + m_2 \frac{dT_{f2}(y)}{dy} &= \\ \frac{w F_1'}{c_p} \left[S - U_{01}' (T_{f1}(y) - T_a) \right] &+ \frac{w F_2'}{c_p} \left[S - U_{02}' (T_{f2}(y) - T_a) \right] \end{aligned} \quad (30)$$

donde:

$$U_{01}' = \frac{F' U_{01}}{F_1'} = \frac{h_1 U_i \Sigma_3 + (h_2 \Sigma_1 + h_1 h_{r1})(h_{r1} U_i \Sigma_2 + h_{r2} U_b \Sigma_1)}{(h_2 \Sigma_1 \Sigma_2 + h_1 h_{r1} \Sigma_2) \Sigma_1} \quad (31)$$

$$U_{02}' = \frac{F' U_{02}}{F_2'} = \frac{h_4 U_b \Sigma_3 + (h_3 \Sigma_2 + h_4 h_{r2})(h_{r1} U_i \Sigma_2 + h_{r2} U_b \Sigma_1)}{(h_3 \Sigma_1 \Sigma_2 + h_4 h_{r2} \Sigma_1) \Sigma_2} \quad (32)$$

Realizando la separación de variables en la Ec. (30) resulta

$$\begin{aligned} m_1 \frac{dT_{f1}(y)}{dy} - \frac{w F_1'}{c_p} \left[S - U_{01}' (T_{f1}(y) - T_a) \right] &= \\ - m_2 \frac{dT_{f2}(y)}{dy} + \frac{w F_2'}{c_p} \left[S - U_{02}' (T_{f2}(y) - T_a) \right] & \end{aligned} \quad (33)$$

Dado que en esta ecuación el término de la izquierda depende solamente de T_{f1} y el de la derecha depende solamente de T_{f2} , cada uno de ellos debe ser igual a una constante λ . Por lo tanto, la ecuación (33) se transforma en el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias inhomogéneas

$$\frac{dT_{f1}(y)}{dy} - \frac{w F_1'}{m_1 c_p} \left[S - U_{01}' (T_{f1}(y) - T_a) \right] = \frac{\lambda}{m_1} \quad (34)$$

$$\frac{dT_{f2}(y)}{dy} - \frac{w F_2'}{m_2 c_p} \left[S - U_{02}' (T_{f2}(y) - T_a) \right] = -\frac{\lambda}{m_2} \quad (35)$$

con la condición de borde: $T_{f1}(0) = T_{f2}(0) = T_i$, siendo T_i la temperatura del fluido a la entrada del colector.

Las soluciones de este sistema de ecuaciones son

$$\begin{aligned} T_{f1}(y, \lambda) &= \left(T_a + \frac{S}{U_{01}'} + \frac{c_p \lambda}{w F_1' U_{01}'} \right) + \\ &+ \left(T_i - T_a - \frac{S}{U_{01}'} - \frac{c_p \lambda}{w F_1' U_{01}'} \right) e^{-\left(\frac{w F_1' U_{01}'}{m_1 c_p} \right) y} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} T_{f2}(y, \lambda) &= \left(T_a + \frac{S}{U_{02}'} - \frac{c_p \lambda}{w F_2' U_{02}'} \right) + \\ &+ \left(T_i - T_a - \frac{S}{U_{02}'} + \frac{c_p \lambda}{w F_2' U_{02}'} \right) e^{-\left(\frac{w F_2' U_{02}'}{m_2 c_p} \right) y} \end{aligned} \quad (37)$$

Para encontrar el valor de λ se debe calcular la temperatura del aire a la salida del colector, T_o . Para ello se plantea el balance de energía útil ganada por el fluido al pasar por todo el colector

$$Q_u = Q_{u,1} + Q_{u,2} \quad (38)$$

$$m \dot{c}_p (T_o - T_i) = \dot{m}_1 c_p [T_{f1}(L, \lambda) - T_i] + \dot{m}_2 c_p [T_{f2}(L, \lambda) - T_i] \quad (39)$$

donde $\dot{m} = \dot{m}_1 + \dot{m}_2$ es el flujo másico total de aire que ingresa y sale del colector. Despejando T_o de esta ecuación resulta

$$T_o = \frac{\dot{m}_1 T_{f1}(L, \lambda) + \dot{m}_2 T_{f2}(L, \lambda)}{\dot{m}} \quad (40)$$

donde L es la longitud del colector en la dirección del flujo. Esta ecuación indica que la temperatura del aire a la salida

$$\lambda = \frac{\dot{m} T_o - \dot{m}_1 \left(T_a + \frac{S}{U_{01}} \right) (1 - e^{-B_1}) - \dot{m}_2 \left(T_a + \frac{S}{U_{02}} \right) (1 - e^{-B_2}) - T_i (\dot{m}_1 e^{-B_1} + \dot{m}_2 e^{-B_2})}{\frac{L}{B_1} (1 - e^{-B_1}) + \frac{L}{B_2} (1 - e^{-B_2})} \quad (41)$$

donde

$$B_1 = \frac{A_c F_1' U_{01}'}{\dot{m}_1 c_p} \quad (42)$$

y

$$B_2 = \frac{A_c F_2' U_{02}'}{\dot{m}_2 c_p} \quad (43)$$

siendo $A_c = w \cdot L$ el área de apertura solar del colector.

Planteando la ecuación (39) para una posición cualquiera dentro del colector con el valor de λ calculado mediante la ecuación (41), es directo comprobar que la temperatura media del fluido en esa posición vale

$$\langle T_f \rangle (y) = \frac{\dot{m}_1 T_{f1}(y) + \dot{m}_2 T_{f2}(y)}{\dot{m}} \quad (44)$$

Comparando esta ecuación con la ecuación (20) se deduce que

$$\frac{U_{01}}{U_L} \equiv \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}} \quad \text{y} \quad \frac{U_{02}}{U_L} \equiv \frac{\dot{m}_2}{\dot{m}} \quad (45)$$

a partir de las cuales se obtienen las relaciones que permiten estimar los flujos máxicos que circulan por cada canal:

$$\dot{m}_1 = \frac{U_{01}}{U_L} \dot{m} \quad (46)$$

y

$$\dot{m}_2 = \frac{U_{02}}{U_L} \dot{m} \quad (47)$$

De acuerdo a sus expresiones matemáticas $U_{01} > U_{02}$ ya que, generalmente, $U_i \gg U_b$ y por lo tanto el flujo máxico del aire por convección natural en el canal formado por la cubierta transparente y la placa absorbadora es mayor que el que se establece en el otro canal.

del colector es el promedio ponderado de las temperaturas de salida de cada corriente de aire. Los factores de ponderación son sus respectivos flujos máxicos. Reemplazando L en las ecuaciones (36) y (37) y despejando λ de la ecuación (40) se obtiene

Ahora bien, dado que si se reemplaza la ecuación (41) en la (40) se obtiene una solución trascendente ya que λ es función de T_o , la temperatura del aire a la salida del colector debe ser estimada a partir de alguna otra relación.

Se puede estimar el valor de T_o a partir de la ecuación (27) si se reescribe como

$$\frac{1}{\dot{m}} \frac{d}{dy} \left(\dot{m}_1 T_{f1}(y) + \dot{m}_2 T_{f2}(y) \right) = \frac{1}{\dot{m}} \frac{w}{c_p} q_u(y) \quad (48)$$

o bien

$$\frac{d}{dy} \left(\frac{\dot{m}_1 T_{f1}(y) + \dot{m}_2 T_{f2}(y)}{\dot{m}} \right) = \frac{w}{\dot{m} c_p} q_u(y) \quad (49)$$

El término de la izquierda es el gradiente local de la temperatura media del fluido a una distancia y del borde de ataque de la placa colector. Reemplazando la expresión del calor útil local definido en la ecuación (19) se obtiene

$$\frac{d}{dy} \langle T_f \rangle = \frac{w F'}{\dot{m} c_p} \left[S - U_L (\langle T_f \rangle - T_a) \right] \quad (50)$$

La resolución de esta ecuación diferencial ordinaria es muy sencilla y su resultado es

$$\langle T_f \rangle (y) = T_a + \frac{S}{U_L} + \left(T_i - T_a - \frac{S}{U_L} \right) e^{-\left(\frac{w F' U_L}{\dot{m} c_p} \right) y} \quad (51)$$

Esta expresión describe la distribución de la temperatura media del aire (como promedio ponderado de las temperaturas del aire en cada canal) desde la entrada a la salida del colector. Es similar a las de los fluidos 1 y 2 (ecuaciones (36) y (37)) y permite estimar la temperatura T_o cuando se la evalúa en $y = L$. Entonces, la temperatura del aire a la salida del colector, resultante de la mezcla de las dos corrientes que fluyen dentro de él, es

$$T_o = T_a + \frac{S}{U_L} + \left(T_i - T_a - \frac{S}{U_L} \right) e^{-\left(\frac{A_c F' U_L}{\dot{m} c_p} \right)} \quad (52)$$

Esta ecuación indica que la temperatura de salida del aire del colector depende de T_i , T_a , S y \dot{m} las cuales, en virtud del estado estacionario, se consideran constantes dentro de un intervalo de tiempo finito pero variables desde la salida a la puesta del sol. De estos mismos parámetros depende λ y es por esta razón que se la considera una constante en la separación de variables de la ecuación (33) a pesar de que su valor varíe de un instante a otro.

Con el valor de T_o calculado con la ecuación (52) se obtiene λ de la ecuación (41) y se calculan las distribuciones de T_{f1} y T_{f2} a lo largo del colector mediante las ecuaciones (36) y (37). Definiendo las variables locales adimensionales

$$\theta_1 = \frac{T_{f1}(y, \lambda) - T_i}{T_o - T_i} \quad (53)$$

y

$$\theta_2 = \frac{T_{f2}(y, \lambda) - T_i}{T_o - T_i} \quad (54)$$

y graficando estas expresiones en función de la variable $Y = y/L$ se obtienen las distribuciones adimensionales de las temperaturas de los fluidos en cada canal a lo largo del colector según se aprecia en la figura 3.

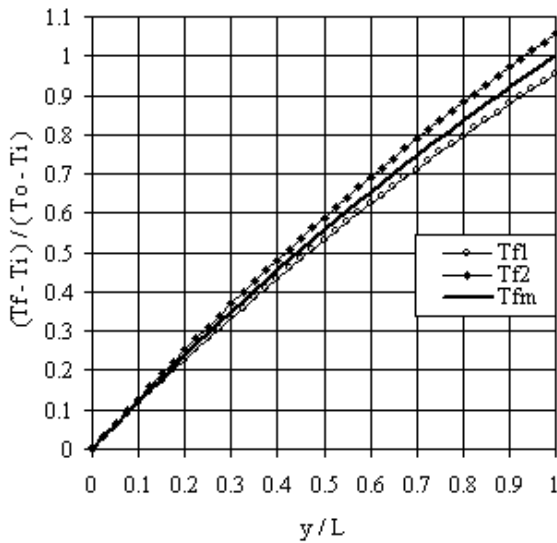


Fig. 3: Distribución adimensional de las temperaturas del aire dentro de cada canal del colector.

Se observa en la figura que la temperatura del aire en el canal limitado por la placa colectora y la cubierta transparente, T_{f1} , es inferior en toda ubicación a la del aire en el otro canal debido a que su flujo másico es mayor ($\dot{m}_1 > \dot{m}_2$). Se observa también que la temperatura de salida del aire que fluye en contacto con la cubierta es menor que la temperatura de salida del colector T_o (temperatura de mezcla o promedio) mientras que la temperatura de salida del aire en contacto con el fondo del colector es mayor que ella. La curva identificada como **Tfm** corresponde a la distribución espacial normalizada de la temperatura media del fluido dentro del colector dada por la ecuación (51).

Los valores medios de las temperaturas T_{f1} y T_{f2} necesarios para calcular los coeficientes h_1 a h_4 se obtienen integrando

sus respectivas distribuciones espaciales a lo largo del colector

$$\overline{T_{f1}} = \frac{1}{L} \int_0^L T_{f1}(y, \lambda) dy \quad (55)$$

y

$$\overline{T_{f2}} = \frac{1}{L} \int_0^L T_{f2}(y, \lambda) dy \quad (56)$$

siendo sus resultados

$$\overline{T_{f1}} = \left(T_a + \frac{S}{U_{01}} + \frac{c_p \lambda}{w F_1' U_{01}'} \right) + \left(T_i - T_a - \frac{S}{U_{01}} - \frac{c_p \lambda}{w F_1' U_{01}'} \right) \left(\frac{\dot{m}_1 c_p}{A_c F_1' U_{01}'} \right) \left[1 - e^{-\left(\frac{A_c F_1' U_{01}'}{\dot{m}_1 c_p} \right)} \right] \quad (57)$$

$$\overline{T_{f2}} = \left(T_a + \frac{S}{U_{02}} - \frac{c_p \lambda}{w F_2' U_{02}'} \right) + \left(T_i - T_a - \frac{S}{U_{02}} + \frac{c_p \lambda}{w F_2' U_{02}'} \right) \left(\frac{\dot{m}_2 c_p}{A_c F_2' U_{02}'} \right) \left[1 - e^{-\left(\frac{A_c F_2' U_{02}'}{\dot{m}_2 c_p} \right)} \right] \quad (58)$$

Hasta este punto del desarrollo hemos venido caminando sobre el canto de la moneda. Luego de mucho andar hemos vuelto al punto de partida. Las dos temperaturas medias anteriores son necesarias para el cálculo de los coeficientes de transferencia convectiva h_1 a h_4 y, por ende, de los coeficientes F' , U_{01} , U_{02} , U_L , F'_1 , F'_2 , U'_{01} , U'_{02} y λ y de las temperaturas T_{c1} , T_p , T_b y T_o . Pero para el cálculo de las ecuaciones (57) y (58) se precisan los valores de F'_1 , U'_{01} y λ . Por lo tanto, se debe recurrir a un procedimiento iterativo

proponiendo valores iniciales de $\overline{T_{f1}}$ y $\overline{T_{f2}}$ con los cuales calcular todos los coeficientes y temperaturas involucrados en el cálculo de las ecuaciones (57) y (58). Recalculadas con ellas las temperaturas medias, se comparan estos nuevos valores con los propuestos inicialmente y si sus diferencias resultan inferiores a un valor considerado apropiado (por ejemplo 0,1 °C) se continúa con los cálculos que se detallan a continuación. De lo contrario, se promedian los valores de temperaturas medias iniciales y recalculados y se vuelve a iterar.

4. GANANCIA DE ENERGIA UTIL Y EFICIENCIA DEL COLECTOR

El factor de remoción de calor, F_R , se define como el cociente entre la ganancia de calor útil real a la que existiría si todo el colector estuviera a la temperatura del aire de entrada

$$F_R = \frac{Q_u}{A_c [S - U_L (T_i - T_a)]} = \frac{\dot{m} c_p (T_o - T_e)}{A_c U_L \left[-T_i + T_a + \frac{S}{U_L} \right]} \quad (59)$$

Reemplazando el valor de T_o de la ecuación (52) y reacomodando términos se obtiene

$$F_R = \frac{\dot{m} c_p}{A_c U_L} \left(1 - e^{-\left(\frac{A_c F' U_L}{\dot{m} c_p} \right)} \right) \quad (60)$$

La conveniencia de definir este coeficiente radica en el hecho de que la ganancia de calor útil queda expresada en función de la temperatura de entrada del aire al colector la cual es un parámetro generalmente conocido en cada aplicación. De la ecuación (59), la ganancia de energía útil total en cada hora queda expresada como

$$Q_u = A_c F_R [S - U_L (T_i - T_a)] \quad (61)$$

La eficiencia de colección instantánea se calcula mediante cualquiera de las dos expresiones siguientes:

$$\begin{aligned} \eta_c &= \frac{Q_u}{A_c G_p} = \frac{\dot{m} c_p (T_o - T_i)}{A_c G_p} \\ &= F_R \left(\frac{S}{G_p} \right) - F_R U_L \frac{(T_i - T_a)}{G_p} \end{aligned} \quad (62)$$

Como es sabido, la determinación de la curva de eficiencia de un colector es de suma importancia para la estimación del calor útil que puede generar de acuerdo a las condiciones meteorológicas imperantes en el lugar donde ha de ser instalado. Permite, a su vez, estimar el área de colección necesaria para satisfacer una determinada demanda de aire caliente. Para su evaluación es preciso conocer el flujo másico de aire que circula por el colector.

En un colector de convección natural el movimiento del aire se debe a la disminución de su densidad a medida que se calienta en contacto con la placa absorbadora. La variación de la densidad del aire con la temperatura está dada por (Lide, 1990):

$$\rho(T) = \rho_o [1 - \beta (T - T_o)] \quad (\text{Kg/m}^3) \quad (63)$$

donde T y T_o son temperaturas absolutas en K, ρ_o es la densidad del aire a T_o y β el coeficiente de expansión térmica volumétrica del aire que, bajo la aproximación de gas perfecto, vale $1/T$. Reemplazando el valor de β en la ecuación (63) resulta:

$$\rho(T) = \frac{\rho_o T_o}{T} = \frac{Cte.}{T} \quad (64)$$

Por lo tanto, la variación de la densidad del aire con la temperatura no es lineal sino hiperbólica.

La aproximación de gas perfecto es válida para el aire a presión atmosférica dentro del rango de temperaturas registrado durante el funcionamiento de un colector solar. La presión atmosférica depende de la altitud sobre el nivel del mar del lugar (H) y su valor puede estimarse mediante:

$$P(H) = 101.325 (288,15 / T_H)^{5,255877} \quad (\text{Pa}) \quad (65)$$

donde

$$T_H = 288,15 - 0,0065 H, \text{ con } T \text{ en K y } H \text{ en m.} \quad (66)$$

expresión válida para la U.S. Standard Atmosphere, 1976 (Lide, 1990).

Por lo tanto, la ecuación (64) debe ser corregida por presión multiplicándola por el factor $P(H) / 101.325$. Finalmente, el flujo másico de aire, \dot{m} , se obtiene multiplicando su densidad por el caudal circulante y éste, a su vez, multiplicando la velocidad media del fluido a la entrada del colector, v , por el área de flujo del ducto, A_f , resultando

$$\dot{m}(T, v) = \rho(T, H) v A_f = \frac{P(H)}{P_o} \frac{\rho_o T_o}{T} v A_f \quad (\text{Kg/s}) \quad (67)$$

siendo $\rho_o = 1,2929 \text{ Kg/m}^3$ a $T_o = 273,13 \text{ °K}$ y a $P_o = 101.325 \text{ Pa}$ (Lide, 1990). Con esta ecuación se pueden determinar, hora por hora, los flujos másicos de aire en cada canal del colector a través de las ecuaciones (46) y (47) cuando se conoce la velocidad del aire en el ducto de entrada. La temperatura de salida se calcula con la ecuación (52), la ganancia de calor útil mediante las ecuaciones (60) y (61) y la eficiencia de colección instantánea con la ecuación (62).

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se presentó el desarrollo de un modelo matemático que describe el comportamiento termoenergético de colectores solares calentadores de aire de doble flujo en co-corriente por convección natural.

Partiendo de los balances locales de energía en cada parte integrante del colector se obtuvieron expresiones algebraicas para el factor de eficiencia F' y el coeficiente global de pérdida de calor, U_L , como así también los flujos másicos y las distribuciones de temperatura de ambas corrientes de aire a lo largo del colector. Integrando estas distribuciones entre la entrada y la salida del mismo se obtuvieron las expresiones matemáticas de las temperaturas medias de ambas corrientes de aire, cantidades de suma importancia para la estimación de los distintos coeficientes de transferencia de calor interiores y la temperatura media de placa cuya expresión local también fue determinada.

El flujo másico de aire circulante por el colector depende de la temperatura de entrada y de la altura sobre el nivel del mar del lugar donde vaya a instalarse el mismo. El modelo predice que el flujo másico del aire que circula entre la placa absorbadora y la cubierta transparente es mayor que el flujo másico circulante por el otro canal, razón por la cual, la temperatura del aire en aquél es menor que la del aire que circula entre la placa absorbadora y el fondo del colector. La temperatura del aire a la salida del colector es el promedio ponderado de las temperaturas de salida de ambos canales, siendo los factores de ponderación sus respectivos flujos másicos.

Con todos los parámetros deducidos para la configuración de flujo estudiada se puede evaluar el factor de remoción de calor F_R y consecuentemente la ganancia de energía útil generada por este tipo de colector y su correspondiente eficiencia instantánea.

REFERENCIAS

- Ammari, H. D. (2003). A mathematical model of thermal performance of a solar air heater with slats, *Renewable Energy* 28, pp. 1597–1615.
- Duffie J. A. and Beckman W. A. (1991). *Solar Engineering of Thermal Processes*, 2ª edición. Wiley Interscience, New York.
- Lide, D., (1990). *Handbook of Chemistry and Physics*, 71st ed. Boston: CRC Press.
- Mohamad, A. A. (1997). High Efficiency Solar Air Heater, *Solar Energy* Vol. 60, N° 2 pp. 71-76.
- Moumni, N.; Youcef-Ali, S.; Moumni, A. and Desmons, J.Y. (2004). Energy analysis of a solar air collector with rows of fins. *Renewable Energy* 29, pp. 2053 – 2064.
- Ong, K. S. (1995). Thermal Performance of Solar Air Heaters Experimental Correlation, *Solar Energy* 55, No. 3, pp. 209-220.
- Pottler, K.; Sippel, C. M.; Beck, A. and Fricke, J. (1999). Optimized Finned Absorber Geometries for Solar Air Heating Collectors, *Solar Energy* Vol. 67, N° 1–3, pp. 35–52,
- Romdhane, B. S. (2007). The air solar collectors: Comparative study, introduction of baffles to favor the heat transfer, *Solar Energy* 81, pp. 139 –149.