

GENERALIZACION DEL ANALISIS OPTICO BIDIMENSIONAL DE CONCENTRADORES
CON SIMETRIA CILINDRICA (+)

J.C. Durán y R.O. Nicolás
Comisión Nacional de Energía Atómica
Avda. del Libertador 8250 - (1429) Buenos Aires

Resumen

Se describe un análisis óptico bidimensional de concentradores con simetría cilíndrica válido para cualquier ángulo de incidencia de los rayos solares. En particular, a diferencia de lo hecho en desarrollos bidimensionales anteriores, tiene en cuenta el ángulo κ que forman dichos rayos con un plano perpendicular a la línea focal y las variaciones del tamaño de la imagen en función de dicho ángulo.

Se realiza el cálculo de κ en función del tiempo y se dan las curvas correspondientes para distintas épocas del año y tres orientaciones del concentrador.

El análisis se aplica detalladamente al caso particular de concentradores cilíndrico-parabólicos con receptor plano. Se calcula el factor de concentración puntual y su valor medio en función del ancho del receptor para distintos valores de κ . En base a esto y teniendo en cuenta el intervalo de variación de κ para casos de interés, se dan criterios para seleccionar la orientación del concentrador y el ancho del receptor.

GENERALIZATION OF THE TWO-DIMENSIONAL OPTICAL ANALYSIS
OF CYLINDRICAL CONCENTRATORS

Abstract

A two-dimensional optical analysis of cylindrical concentrators valid for any incidence angle of the solar rays is described. Unlike previous two-dimensional studies, it takes into account: (a) the angle κ defined by the solar rays and a plane perpendicular to the focal line and (b) the variations of the image width as a function of κ .

An equation relating κ to solar coordinates has been obtained. The curves of κ as a function of time for several dates and three orientations of the concentrator are presented.

The analysis developed is applied in detail to the cylindrical parabolic concentrator with flat receiver. The local concentration factor and its mean value for different values of κ are obtained. Using these results and taking into account the useful range of κ , criteria are given to select the concentrator orientation and the receiver width.

+) Trabajo parcialmente financiado con subsidio del Programa Nacional de Energía no Convencional de la Secretaría de Estado de Ciencia y Tecnología.

1. Introducción

Los concentradores con simetría cilíndrica tienen numerosas aplicaciones en sistemas de conversión de energía solar destinados a proveer fluidos a temperaturas en el intervalo de $\sim 200-500$ C. Su foco lineal presenta la ventaja de que permite seguir el desplazamiento aparente del Sol con un solo grado de libertad en el movimiento.

Los desarrollos bidimensionales que se han empleado para analizar ópticamente los concentradores cilíndricos únicamente valen para los casos en que el rayo proveniente del centro del Sol es perpendicular a la línea focal del concentrador, restricción no debidamente especificada en la literatura (ver por ejemplo [1-4]). En el presente trabajo describimos el procedimiento a seguir para analizar bidimensionalmente el caso más general en que el rayo central no verifica la condición antes mencionada; como ejemplo lo aplicamos detalladamente al caso particular de un concentrador cilíndrico-parabólico con receptor plano y estudiamos cómo varían distintos parámetros, por ejemplo el factor de concentración, en función del ángulo que forman los rayos incidentes con un plano perpendicular a la línea focal.

2. Definición de parámetros

Definimos el *factor de concentración puntual* como el cociente entre la intensidad $I_r(x)$ [†] incidente en un punto dado del plano receptor y la intensidad I_0 de la radiación solar directa:

$$C(x) = I_r(x) / I_0, \quad (1)$$

donde x es una coordenada en el plano receptor, perpendicular a la línea focal del concentrador y tal que $x=0$ corresponde al centro del receptor. En la práctica, el parámetro óptico de interés es el promedio del factor de concentración puntual sobre el ancho w_r del receptor. Por lo tanto, definimos el *factor de concentración medio* como

$$\bar{C}(w_r) = \frac{1}{w_r} \int_{-w_r/2}^{w_r/2} C(x) dx = \frac{1}{I_0} \frac{1}{w_r} \int_{-w_r/2}^{w_r/2} I_r(x) dx = \frac{\bar{I}_r}{I_0}, \quad (2)$$

donde \bar{I}_r es la intensidad media incidente en el receptor.

Definimos también dos parámetros vinculados con las pérdidas de radiación solar en el sistema concentrador-receptor. Denominamos *pérdidas p_c en el concentrador* a la fracción de la energía incidente en el área de abertura del concentrador no reflejada por el mismo hacia el plano receptor* y *pérdidas geométricas $p_g(w_r)$ en el receptor* a la fracción de la energía inci-

[†] $I_r(x)$ es la densidad del flujo de energía a través del plano receptor.

* Estas pérdidas incluyen absorción y dispersión en los espejos como también apantallamientos en concentradores facetados.

dente en el plano receptor que no incide en el receptor propiamente dicho:

$$p_g(w_r) = 1 - \frac{\int_{-w_r/2}^{w_r/2} I_r(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} I_r(x) dx} \quad (3)$$

Las definiciones precedentes son generales y tienen aplicación práctica para concentradores reales. Cuando se consideran concentradores perfectos designamos "ideales" los parámetros definidos y los caracterizamos con un subíndice *i*.

En el Apéndice I se muestra que $\bar{I}_r = I_0 \bar{C}(w_r)$ es el único parámetro dependiente de las características del concentrador propiamente dicho que se requiere para calcular la eficiencia η de conversión de energía solar en térmica en el receptor. Suele definirse [1,3] el factor de concentración como el cociente entre el área de abertura del concentrador y el área del receptor:

$$C_A = \frac{A_c}{A_r} \quad (4)$$

que para concentradores cilíndricos equivale a la relación entre los respectivos anchos: w_c/w_r . El factor de concentración así definido está vinculado a $\bar{C}(w_r)$ por:

$$\bar{C}(w_r) = C_A (1-p_c) (1-p_g(w_r)) (1-p) \cos \gamma, \quad (5)$$

donde *p* tiene en cuenta posibles pérdidas adicionales como por ejemplo reflexión en la cobertura del receptor, y γ es el ángulo que forman los rayos incidentes con la normal al plano de abertura. Por lo tanto, para calcular η no basta con dar C_A , sino que hay que especificar, además, p_c , $p_g(w_r)$, *p* y γ . Sin embargo esto no se hace en los trabajos en los que se utiliza C_A como parámetro característico del concentrador, lo cual puede conducir a conclusiones erróneas ya que C_A es, en general, sólo una cota máxima de $\bar{C}(w_r)$.

3. Tratamiento bidimensional generalizado

El factor de concentración puntual $C(x)$ en el plano receptor de concentradores con simetría cilíndrica se puede calcular mediante un tratamiento general en tres dimensiones [5,6]. Sin embargo, aprovechando la simetría de dichos concentradores y a fin de simplificar los cálculos, utilizamos en este trabajo un tratamiento bidimensional. Como mencionamos en la Introducción, cabe destacar que, a diferencia de lo que se presenta en diversas publicaciones, hemos considerado el caso más general válido para cualquier ángulo de incidencia de la radiación solar.

A los fines del cálculo, se puede descomponer cada rayo solar en

una componente paralela a la línea focal del concentrador y otra perpendicular a la misma. Teniendo en cuenta que la densidad del flujo de energía de la primera componente a través del plano receptor es nula, realizamos el análisis considerando únicamente la componente perpendicular a la línea focal; esto equivale, en la práctica, a considerar al Sol con su centro en un plano P_t perpendicular a dicha línea, pero con un semiángulo de apertura modificado β'_0 dado por la proyección del semiángulo de apertura solar β_0 sobre P_t (ver Fig. 1):

$$\beta'_0 = r/d' = r/(d \cos \kappa) = \beta_0 / \cos \kappa, \quad (6)$$

donde r es el radio del Sol, d la distancia Tierra-Sol, d' su proyección sobre P_t y κ el ángulo que forma el rayo incidente proveniente del centro del Sol con el plano P_t .

El aumento aparente del semiángulo de apertura solar al considerar el problema en dos dimensiones corresponde al aumento real, al crecer κ , de la distancia entre un punto dado del reflector y el punto en el cual el rayo solar central reflejado en el primero intercepta al plano receptor. Dicho aumento aparente no ha sido tenido en cuenta en tratamientos bidimensionales previos. Sin embargo, algunos de éstos (p.ej. [4]) son aplicables para calcular $C(x)$ si en los mismos se reemplaza β_0 por β'_0 .

4. Cálculo del factor de concentración para concentradores cilíndrico-parabólicos

Como ejemplo de lo discutido anteriormente, calcularemos el factor de concentración puntual en el plano receptor de un concentrador cilíndrico-parabólico. Para ello, efectuaremos el análisis óptico en el plano P_t , considerando un semiángulo de apertura solar $\beta'_0 = \beta_0 / \cos \kappa$ y, por simplicidad, que el disco solar tiene distribución uniforme. Esta hipótesis no implica una limitación del método utilizado ya que se lo puede generalizar para tener en cuenta la no uniformidad del disco solar sin que ello modifique significativamente los resultados [4].

En la Fig. 2 definimos los sistemas de coordenadas que usamos en el desarrollo: un sistema cartesiano xz centrado en el vértice de la parábola y un sistema de coordenadas polares $r\theta$ centrado en el foco. Todas las longitudes se expresan en unidades de la distancia focal.

Sea (x_p, z_p) un punto dado de la parábola; entonces:

$$x_p = r(\theta) \sin \theta, \quad z_p = 1 - r(\theta) \cos \theta, \quad (7)$$

con

$$r(\theta) = \frac{2}{1 + \cos \theta} \quad \text{y} \quad -\theta_{\max} \leq \theta \leq \theta_{\max},$$

donde θ_{\max} es el semiángulo de abertura del concentrador.

En cada punto del espejo inciden rayos provenientes de todo el disco solar, los cuales forman un cono con vértice en dicho punto y semiapertura angular β_0^1 . Consideremos el caso de interés en que el haz de rayos proveniente del centro del Sol es paralelo al eje de la parábola y sea β el ángulo que forma un rayo incidente dado con dicho eje. La ecuación del rayo reflejado en el punto (x_p, z_p) es entonces (Fig. 2) :

$$\frac{z - z_p}{x - x_p} = -\cotg(\theta + \beta) , \quad (8)$$

con $-\beta_0^1 \leq \beta \leq \beta_0^1$. Si consideramos un plano receptor perpendicular al eje de la parábola, interesa calcular la intersección del rayo reflejado con la recta $z=1$. Reemplazando en (8) y despejando x se obtiene:

$$x(\theta, \beta) = -\frac{2\cos\theta}{1+\cos\theta} \left[\operatorname{tg}(\theta + \beta) - \operatorname{tg}\theta \right] . \quad (9)$$

Si bien el análisis se puede continuar en forma exacta para todo κ y todo θ , a continuación introducimos las condiciones:

$$|\kappa| < 60^\circ \text{ y } |\theta| < 70^\circ , \quad (10)$$

que, abarcando los casos prácticos de interés, permiten simplificar el cálculo. En efecto, la primera condición incluye los posibles valores de $|\kappa|$ durante las 8 horas centradas alrededor del mediodía solar en cualquier época del año (ver la siguiente sección), mientras que la segunda resulta razonable si se tiene en cuenta que, para receptores planos, las zonas del espejo con $|\theta|$ cercano a 90° originan haces reflejados que inciden sobre el receptor en forma casi rasante, ensanchando considerablemente la imagen. Valiendo (10), se verifica que $\operatorname{tg}\theta \ll \beta_0^{1-1} < \beta^{-1}$, lo cual implica

$$\cos\beta \gg \operatorname{tg}\theta \operatorname{sen}\beta . \quad (11)$$

En este caso, y teniendo en cuenta que $\beta < \beta_0^1 \ll 1$, se puede desarrollar la expresión (9) en serie de potencias de β y utilizar como expresión aproximada de $x(\theta, \beta)$ a los dos primeros términos del desarrollo:

$$x(\theta, \beta) \approx -\frac{2}{\cos\theta(1+\cos\theta)} (\beta + \operatorname{tg}\theta \beta^2) . \quad (12)$$

El flujo de energía que incide en un elemento de superficie del concentrador es:

$$I_0' dx_p dy_p = I_0 \cos\kappa dx_p dy_p , \quad (13)$$

donde $dx_p dy_p$ es la proyección de dicho elemento de superficie sobre un plano perpendicular al eje de la parábola e I_0' la intensidad de la radiación solar directa I_0 proyectada sobre el plano P_t . La intersección con el plano receptor del cono de rayos reflejados en el elemento $dx_p dy_p$ define una elipse de semiejes a (en la dirección x) y b (en la dirección y). Con la hipótesis de uniformidad del disco solar y la condición $|\theta| \leq 70^\circ$ [†] dicha elipse puede considerarse con una distribución de intensidad constante que, suponiendo espejos perfectos, está dada por:

$$\frac{I_0' dx_p dy_p}{ab} \quad (14)$$

Desplazando el elemento de espejo en la dirección y , se desplaza la elipse en dicha dirección. Por lo tanto, en un punto dado del plano receptor (definido por la coordenada x) la densidad de flujo es debida a las contribuciones de elipses desplazadas entre sí en la dirección y y una longitud igual a la cuerda l_c correspondiente. Por lo tanto una franja del concentrador de ancho dx_p contribuye a la densidad de flujo en el punto x con:

$$dI_r(\theta, x) = \frac{I_0'}{ab} l_c dx_p \quad (15)$$

Dado que los sistemas cilíndricos reales tienen una longitud finita, para todo $\kappa \neq 0^\circ$ una parte del plano receptor, a partir de uno de sus extremos, no recibe radiación alguna desde el concentrador. Si $y=0$ define el extremo mencionado, la ecuación (15) vale para $y \geq 2 \operatorname{tg} \kappa / (1 + \cos \theta)$ ^{*}, mientras que en el resto $dI_r(\theta, x) = 0$ (en rigor, existe una zona de transición centrada en $y = 2 \operatorname{tg} \kappa / (1 + \cos \theta)$). En la práctica la longitud del sistema debe ser mucho mayor que $2 \operatorname{tg} \kappa / (1 + \cos \theta_{\max})$, por lo cual en adelante sólo lo consideraremos la región en que la (15) vale para todo θ .

La longitud de la cuerda l_c está dada por:

$$l_c = \frac{2b\sqrt{a^2 - (x - x_c)^2}}{a} \quad (16)$$

donde x_c es la coordenada x del centro de la elipse

[†] Para $|\theta| \geq 70^\circ$ rayos pertenecientes a un mismo cono interceptan al plano receptor con diferencias en el ángulo de incidencia y en la distancia al punto de reflexión tales que producen variaciones no despreciables en su contribución a la intensidad.

^{*} Esta expresión resulta de hallar la intersección del rayo central reflejado en el extremo del concentrador con el plano receptor.

$$x_c = \frac{x(\theta, \beta'_0) + x(\theta, -\beta'_0)}{2} = 0, \quad (17)$$

a primer orden en β'_0 . Reemplazando (16) en (15) y teniendo en cuenta que

$$a = \frac{x(\theta, -\beta'_0) - x(\theta, +\beta'_0)}{2} = \frac{2\beta'_0}{\cos \theta (1 + \cos \theta)} \quad \text{y} \quad dx_p = \frac{2}{1 + \cos \theta} d\theta, \quad (18)$$

e integrando se obtiene

$$\frac{I_r(x)}{I'_0} = \frac{2}{\pi\beta'_0} \int_{-\theta_{\max}}^{\theta_{\max}} \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a} \cos \theta d\theta = \frac{4}{\pi\beta'_0} \int_0^{\theta_{\max}} \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a} \cos \theta d\theta. \quad (19)$$

La integral se extiende sobre los valores de θ para los cuales $a \geq |x|$, es decir:

$$\theta \geq \arccos \left[\frac{-1 + \sqrt{8\beta'_0/|x| + 1}}{2} \right] \quad \text{si } |x| > \beta'_0 \quad (20)$$

$$\theta \geq 0 \quad \text{si } |x| \leq \beta'_0.$$

Por lo tanto,

$$C_f(x) = \frac{I_r(x)}{I'_0} = \frac{4 \cos \kappa}{\pi\beta'_0} \int_{\theta_{\min}}^{\theta_{\max}} \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a} \cos \theta d\theta, \quad (21)$$

donde

$$\theta_{\min} = \begin{cases} 0 & \text{si } |x| \leq \beta'_0 \\ \arccos \left[\frac{-1 + \sqrt{8\beta'_0/|x| + 1}}{2} \right] & \text{si } |x| > \beta'_0 \end{cases}.$$

Si resulta $\theta_{\min} > \theta_{\max}$, obviamente debe considerarse $\theta_{\min} = \theta_{\max}$.

La ec. (21) da el valor del factor de concentración puntual ideal en función de una coordenada sobre el plano receptor. El factor de concen-

tracción medio $\bar{C}_i(w_r)$ en el receptor para espejos perfectos se obtiene promediando la ec. (21) sobre el mismo.

Cabe acotar que para calcular el ancho w de la imagen solar en el plano receptor de un concentrador cilíndrico parabólico perfecto así como el factor de concentración medio ideal sobre dicho ancho, no es necesario calcular la distribución de intensidad en el plano receptor sino que se pueden utilizar las fórmulas dadas en [1,3] pero reemplazando en ellas el semiángulo de apertura solar por su proyección β'_0 sobre el plano P_t :

$$w = \frac{4 \cos \theta_{\max}}{1 + \cos \theta_{\max}} \left[\operatorname{tg} (\theta_{\max} + \beta'_0) - \operatorname{tg} \theta_{\max} \right] \quad (22)$$

$$C_A = \frac{\operatorname{sen} \theta_{\max} \cos (\theta_{\max} + \beta'_0)}{\operatorname{sen} \beta'_0} \quad ; \quad (23)$$

con lo cual

$$\bar{C}_i(w) = \frac{\operatorname{sen} \theta_{\max} \cos (\theta_{\max} + \beta'_0)}{\operatorname{sen} \beta'_0} \cos \kappa \quad (24)$$

5. Resultados y conclusiones

De lo precedente, para toda aplicación específica de un sistema de concentración solar, es necesario tener en cuenta el intervalo dentro del cual variará el ángulo κ definido en la Fig. 1, ya que de él depende el ancho w_r a seleccionar para el receptor y, por lo tanto, el factor de concentración medio $\bar{C}(w_r)$ característico del sistema operado en condiciones dadas. En el Apéndice II damos el cálculo de κ en función de la hora del día para cualquier época del año y dos orientaciones extremas del concentrador. Para orientaciones E-0 y polar κ resulta independiente de la latitud, no siendo así para la orientación N-S horizontal. En la Fig. 3 mostramos los resultados considerando el caso N-S horizontal a la latitud de $34,5^\circ$; se puede ver que:

- (a) para orientación E-0, κ varía casi linealmente en función de la hora del día, pasando por 0° en el mediodía solar y alcanzando valores entre $\pm 53^\circ$ (en los solsticios) y $\pm 60^\circ$ (en los equinoccios) 4 horas antes y después del mismo;
- (b) para orientación polar $|\kappa|$ coincide con la declinación solar y, por lo tanto, varía entre 0° y $23,5^\circ$ a lo largo del año;
- (c) para orientación N-S horizontal, el máximo valor de $|\kappa|$ se alcanza en el mediodía solar del solsticio de invierno ($|\kappa| = 58^\circ$).

Cabe señalar que para orientación N-S se puede lograr $|\kappa| \sim 0^\circ$ durante las horas de interés de cualquier día del año mediante ajustes periódicos de la inclinación del concentrador. Esta propiedad puede resultar importante

* Corresponde aproximadamente a las ciudades de Buenos Aires y Mendoza, República Argentina, en el hemisferio sur y a las de Atlanta y Albuquerque, EE. UU. de N.A., en el hemisferio norte.

cuando se experimenta con módulos cuyas longitudes sean del mismo orden que su distancia focal.

Del análisis anterior se concluye que para incluir todos los casos prácticos de interés (8 horas centradas en el mediodía solar), basta considerar valores de $|\kappa|$ entre 0° y 60° .

Como ejemplo de la aplicación de las consideraciones precedentes para seleccionar algunos parámetros característicos de concentradores específicos, a continuación analizamos el caso de los concentradores cilíndrico-parabólicos con receptor plano, ya considerado en la Secc. 4, especificando, además, $\theta_{\max} = 45^\circ$, sin que esto último implique pérdida de generalidad en las conclusiones. En la Fig. 4 damos las curvas de distribución del factor de concentración puntual ideal en el plano receptor para distintos valores del ángulo κ (ecuación (21)). El ensanchamiento de la imagen cuando κ aumenta se debe exclusivamente al aumento de θ'_0 , ya que el cambio en el valor de la intensidad I_0 al proyectarla sobre P_t sólo modifica la curva de distribución en un factor. Como es lógico, disminuyendo el ancho w_r del receptor aumenta el factor de concentración medio ideal, mejorando, en consecuencia, la eficiencia de la conversión de energía solar en térmica. Como contrapartida, si w_r disminuye por debajo del tamaño máximo de la imagen, aparecen pérdidas de radiación $p_{gi}(w_r)$. Para una temperatura de operación dada, el ancho del receptor resultará de una solución de compromiso que depende de múltiples factores; entre ellos podemos destacar la orientación e inclinación del concentrador, de las que dependen fundamentalmente las variaciones del tamaño de la imagen. En la Fig. 5 mostramos cómo varían el factor de concentración medio ideal y las pérdidas geométricas en el receptor en función del ancho w_r para varios valores de $|\kappa|$ entre 0° y 60° . En la literatura suele elegirse [1,3] el ancho del receptor imponiendo como condición $p_{gi}(w_r) = 0$ sin tener en cuenta los efectos del ángulo κ , lo cual hace que, de hecho, dicha condición sólo se verifique para $\kappa = 0^\circ$. Sin embargo, de la Fig. 5 se observa que si $w_r = 0,0155$ (tamaño de la imagen para $\kappa = 0^\circ$, (ecuación (22)), $p_{gi}(w_r)$ alcanza valores de 3,5% para $|\kappa| = 45^\circ$ y de 18,5% para $|\kappa| = 60^\circ$, con factores de concentración medios que varían entre 107 ($\kappa = 0^\circ$) y 44 ($|\kappa| = 60^\circ$).

Consideraremos a continuación dos casos ilustrativos teniendo en cuenta el correspondiente intervalo de variación de $|\kappa|$.

a) Orientación polar $|\kappa|$ varía entre 0° y $23,5^\circ$. La condición $p_{gi}(w_r) = 0$ implica $w_r = 0,017$, con lo que se logran factores de concentración medios que varían entre 90 ($|\kappa| = 23,5^\circ$) y 98 ($\kappa = 0^\circ$). Estos valores pueden ser aumentados considerablemente (hasta 130-145) admitiendo pérdidas geométricas en el receptor no mayores del 5%. Como se discutió anteriormente, esto puede ser de interés, dependiendo esencialmente de la temperatura de operación.

b) Orientación E-0 $|\kappa|$ varía entre 0° y 60° . Si $p_{gi}(w_r) = 0$, el ancho del receptor debe ser notablemente más grande que para orientación polar ($w_r = 0,031$), obteniéndose en consecuencia factores de concentración mucho menores: 27 ($|\kappa| = 60^\circ$) a 53 ($\kappa = 0^\circ$). Análogamente al caso anterior, con pérdidas en el receptor menores del 5%, se puede aumentar el factor de concentración hasta $\sim 40-80$.

Se observa que desde el punto de vista de la eficiencia del sistema, para concentradores cilíndrico-parabólicos con receptor plano, la orientación polar es notablemente más conveniente que la E-0.

Resumiendo, el análisis de la variación del factor de concentración medio y de las pérdidas geométricas en el receptor en función del ancho del mismo para diferentes valores de κ , permite realizar una selección más apropiada del ancho del receptor. Por el contrario, si no se tiene en cuenta el ángulo κ , se obtienen resultados sólo válidos para el caso $\kappa = 0$, lo cual no es representativo del funcionamiento anual promedio.

Agradecimientos

Agradecemos especialmente a los Doctores J.A. Moragues y W. Scheuer el haber hecho posible este trabajo, a través de su continuo apoyo y aliento, como también el haber leído el manuscrito con fructífero espíritu crítico, lo que indudablemente contribuyó a mejorar y clarificar su contenido.

Asimismo, agradecemos al Sr. J. Prieto, quien realizó los dibujos.

1. Eficiencia de conversión de energía solar en térmica, en el receptor

Si, por simplicidad, suponemos que el receptor se encuentra a una temperatura homogénea T y que sólo existen pérdidas radiativas, la eficiencia de conversión de energía solar en térmica en el mismo está dada por:

$$\eta = \alpha - \frac{\epsilon \sigma T^4}{\bar{I}_r} \quad (25)$$

donde \bar{I}_r es la intensidad media incidente en el receptor definida en la Secc. 2 y α y ϵ son, respectivamente, la absorbancia y la emitancia que lo caracterizan.[†] En la ecuación (25) se observa que, si se mantienen fijos los parámetros α , ϵ y T que caracterizan el comportamiento del receptor, la eficiencia depende exclusivamente de \bar{I}_r , de manera que un aumento de \bar{I}_r implica un incremento de η . Esto último es especialmente importante cuando se trabaja con parámetros tales que el segundo término de (25) resulta del mismo orden que α , lo cual se cumple para concentradores cilíndricos con receptores carentes de superficies selectivas y a temperaturas de trabajo en el intervalo de 200-500 C.

El haber definido el factor de concentración del sistema y su valor medio sobre el receptor mediante las fórmulas (1) y (2) se traduce ahora ventajosamente en el hecho de que η se puede expresar como función exclusiva de los parámetros característicos del comportamiento del receptor y de un único parámetro característico del concentrador, $\bar{C}(w_r)$:

$$\eta = \alpha - \frac{1}{\bar{C}(w_r)} \frac{\epsilon \sigma T^4}{I_0} \quad (26)$$

La expresión general de $\bar{C}(w_r)$ está dada por la ec. (5), donde C_A es el factor de concentración geométrico definido en la ec. (4). Introduciendo estas expresiones en (26) se tiene:

$$\eta = \alpha - \frac{1}{C_A (1-p_c) (1-p_g(w_r)) (1-p) \cos \gamma} \cdot \frac{\epsilon \sigma T^4}{I_0} \quad (27)$$

De lo anterior se concluye que, para I_0 y T dadas, todo aumento de $\bar{C}(w_r)$ implica un incremento de η . Por otra parte, valen consideraciones similares a las hechas en el último párrafo de la Secc. 2 en cuanto a que la utilización directa de C_A en vez de $\bar{C}(w_r)$ lleva a valores erróneos de η : en general, concentradores con igual C_A (incluyendo el caso de dos concentradores idénticos pero con distinta orientación y/o inclinación) tienen $\bar{C}(w_r)$ (y por lo tanto η) distintos. Esto ya se mostró en detalle para concentradores cilíndrico-parabó

[†] Esta expresión no considera la existencia de una posible cobertura del receptor (por ejemplo, de vidrio), la cual puede tenerse en cuenta introduciendo parámetros equivalentes del sistema receptor-cobertura.

licos en la Secc. 5. Si, como otro ejemplo, se considera un concentrador fijo a espejo facetado [7] con radio R, espejos de ancho 0,02 R, semiángulo de apertura de 45° con respecto al centro del cilindro directriz, colocado en posición polar y provisto de un receptor cuyo ancho es igual al de la imagen cuando la incidencia de los rayos solares es normal al plano de apertura, resulta $C_A = 40$ mientras que $\bar{C}_{g_i}(w_r)$ varía entre 40 y 9 a lo largo de 8 horas centradas alrededor del mediodía solar.

II. Cálculo de κ

A fin de obtener las expresiones de κ en función del tiempo para una latitud dada, proyectamos los rayos solares incidentes sobre el plano P_t , cuya ubicación depende de la orientación e inclinación del concentrador. Para ello consideremos el sistema de coordenadas definido en la Fig. 6. Sea \hat{s} un versor que apunta en dirección al centro del Sol y \hat{s}_1 y \hat{s}_2 sus proyecciones sobre los planos xz (P_t para un concentrador con orientación E-O) e yz (P_t para orientación N-S). De la figura se observa que:

$$\cos \kappa_{E-O} = |\hat{s}_1| \quad (28)$$

$$\cos \kappa_{N-S} = |\hat{s}_2| \quad (29)$$

$$\text{donde } |\hat{s}_1| = (x_1^2 + z_1^2)^{1/2} \text{ y } |\hat{s}_2| = (y_1^2 + z_1^2)^{1/2} \quad (30)$$

Las coordenadas x , y , z se pueden escribir en forma sencilla en función del ángulo azimutal A y de la altura solar h :

$$x_1 = \cos h \cos A; \quad y_1 = -\cos h \sin A; \quad z_1 = \sin h \quad (31)$$

Para considerar los casos de interés en que los concentradores se inclinan hacia el norte o el sur según el hemisferio para mejorar la colección de energía, rotamos el sistema de coordenadas en un ángulo ω (positivo si la rotación es hacia el norte) alrededor del eje y ; las variables en el nuevo sistema son:

$$z'_1 = z_1 \cos \omega - x_1 \sin \omega; \quad x'_1 = z_1 \sin \omega + x_1 \cos \omega; \quad y'_1 = y_1 \quad (32)$$

Se obtiene entonces

$$|\hat{s}'_1| = (x'^2_1 + z'^2_1)^{1/2} = (x^2_1 + z^2_1)^{1/2} \quad (33)$$

$$|\hat{s}'_2| = (y'^2_1 + z'^2_1)^{1/2} = [y^2_1 + (z_1 \cos \omega - x_1 \sin \omega)^2]^{1/2} \quad (34)$$

Reemplazando en (28) y (29):

$$|\kappa_{E-O}| = \arccos (1 - \cos^2 h \sin^2 A)^{1/2} \quad (35)$$

$$|\kappa_{N-S}| = \arccos \left[\cos^2 h \sin^2 A + \cos^2 h (\operatorname{tg} h \cos \omega - \cos A \sin \omega)^2 \right]^{1/2} \quad (36)$$

Para orientación E-0 el plano P_c coincide con el plano meridiano, por lo que el ángulo que forman los rayos solares incidentes con dicho plano (κ_{E-0}) resulta independiente de la latitud. En efecto, si en (35) reemplazamos h y A por sus expresiones en función de la declinación solar δ , la hora t respecto del mediodía solar (en grados) y la latitud, obtenemos

$$|\kappa_{E-0}| = \arccos(1 - \cos^2 \delta \operatorname{sen}^2 t)^{1/2}, \quad (37)$$

que es independiente de la latitud.

Referencias

1. M.H.Cobble, Theoretical Concentrations for Solar Furnaces. *Solar Energy*, 5, 61 (1961).
2. K. Hassan y M.F. El-Refaie, Theoretical Performance of Cylindrical Parabolic Solar Concentrators. *Solar Energy*, 15, 219 (1973).
3. A. Rabi, Comparison of Solar Concentrators. *Solar Energy*, 18, 93 (1976).
4. D.L. Evans, On the Performance of Cylindrical Parabolic Solar Concentrators with Flat Absorbers. *Solar Energy*, 19, 379 (1977).
5. F. Biggs y C.N. Vittitoe, Mathematical Modeling of Solar Concentrators, Actas de la Reunión Conjunta de la Sección Americana de la Sociedad Internacional de Energía Solar y de la Sociedad Canadiense de Energía Solar, Winnipeg, Canadá (1976), Vol. 2, pág. 220.
6. G.Y. Umarov, R.A. Zakhidov y A.S. Khodzhaev. Radiant-vector Distribution in the Radiant Field of a Parabolocylindric Concentrator. *Applied Solar Energy*, 12, N°1, 22 (1976).
7. R.O. Nicolás, J.A. Moragues, R. Platzack y W. Scheuer. Simulación del comportamiento y etapa inicial de la construcción de un concentrador fijo a espejo facetado. Actas de la 3a. Reunión de Trabajo de la Asociación Argentina de Energía Solar (ASADES), Mendoza, Argentina (1977).

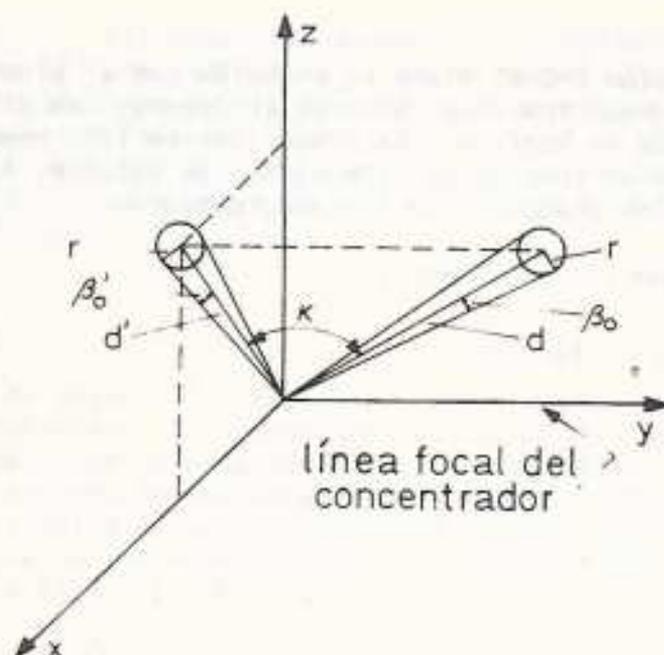


Fig. 1: Modificación del semiángulo de apertura cuando se considera al Sol con su centro contenido en un plano P_t perpendicular a la línea focal del concentrador. El ángulo κ está definido por el rayo proveniente del centro del Sol y el plano P_t .

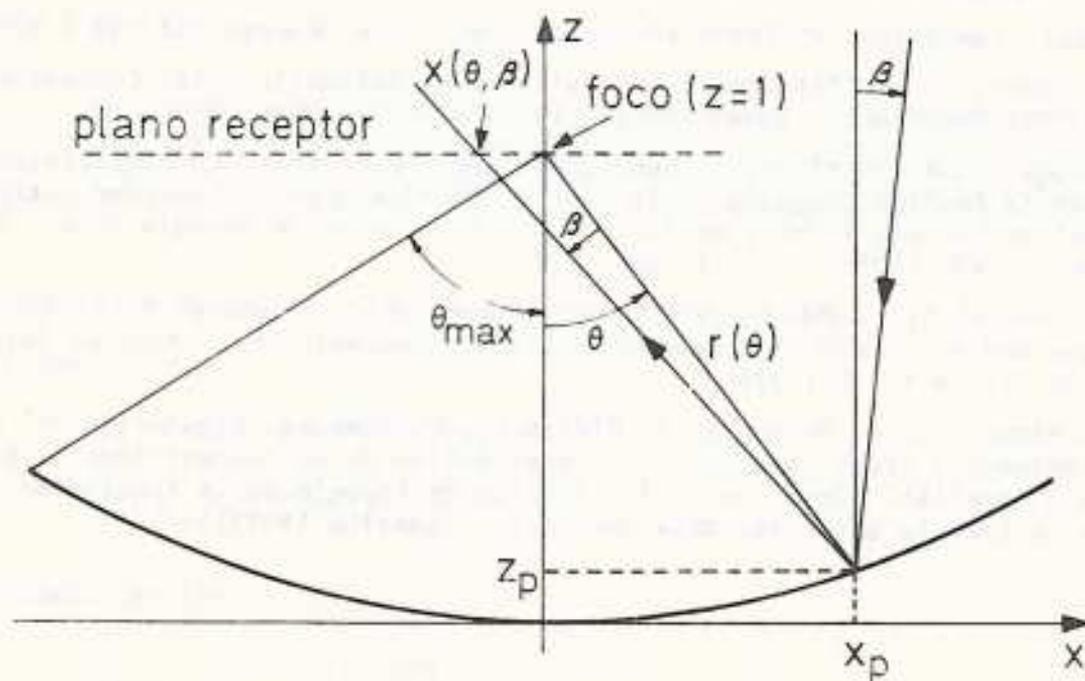


Fig. 2: Parámetros de interés y sistemas de coordenadas que se utilizan en el análisis óptico bidimensional de concentradores cilíndrico-parabólicos.

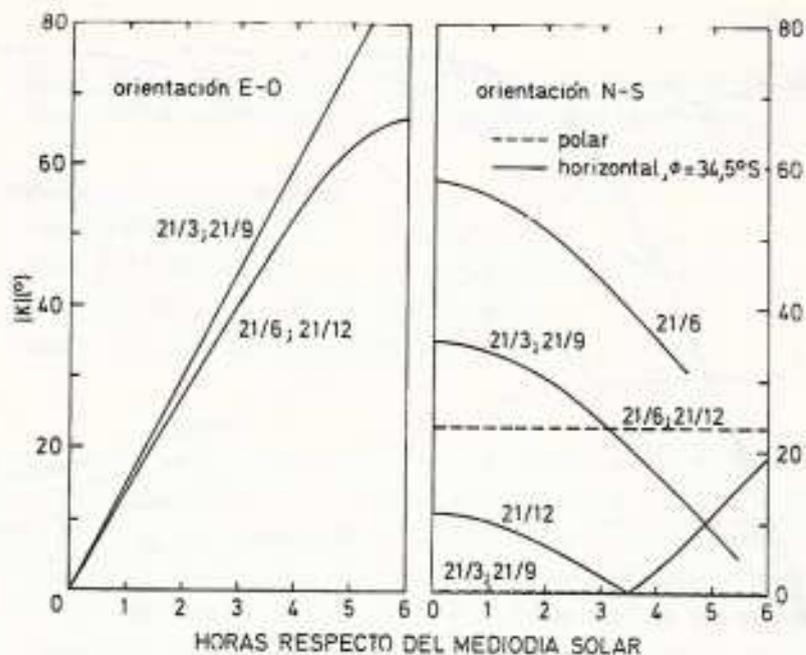


Fig. 3: Variación horaria de κ para distintas épocas del año. Se consideran tres posiciones del concentrador: E-O, N-S polar y N-S horizontal. Las curvas para este último caso corresponden a una latitud de $34,5^\circ S$.

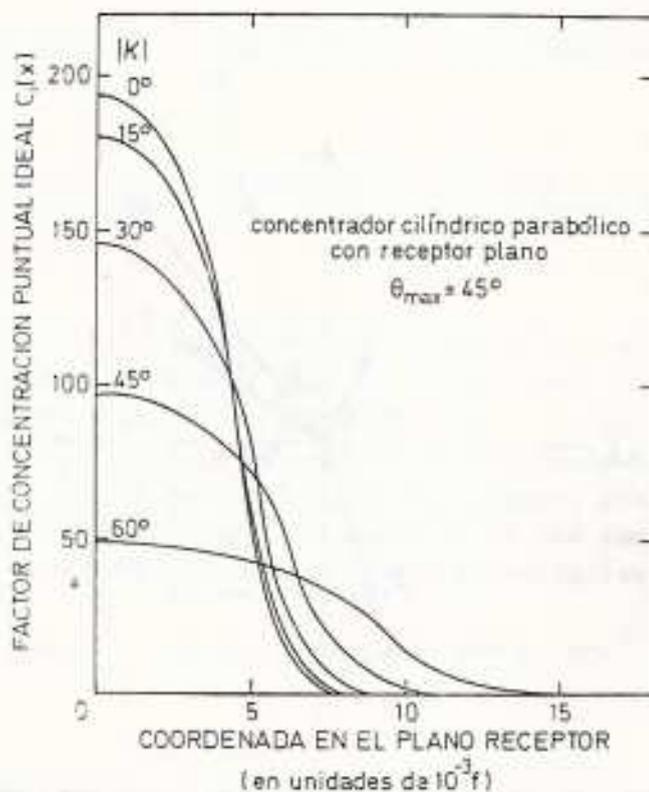


Fig. 4: Distribución del factor de concentración puntual ideal en el plano receptor de un concentrador cilíndrico-parabólico para diversos valores de κ . f indica la distancia focal del concentrador.

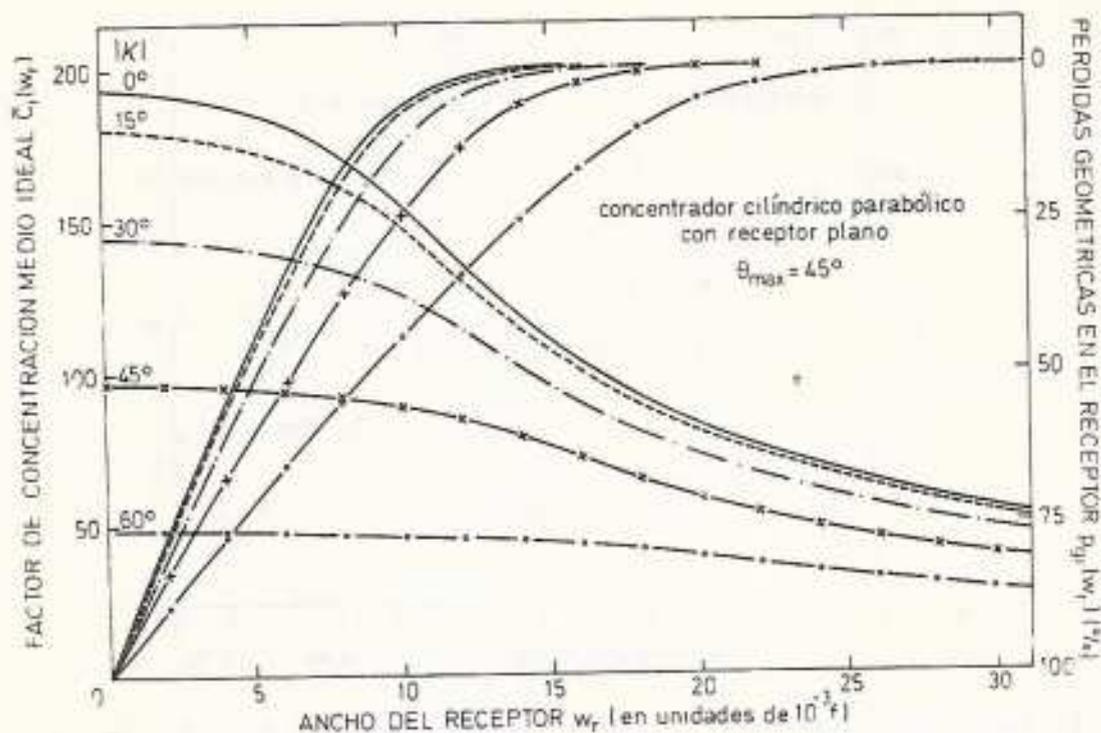


Fig. 5: Factor de concentración medio ideal y pérdidas geométricas en el receptor en función del ancho del mismo para un concentrador cilíndrico-parabólico con receptor plano. f indica la distancia focal del concentrador.

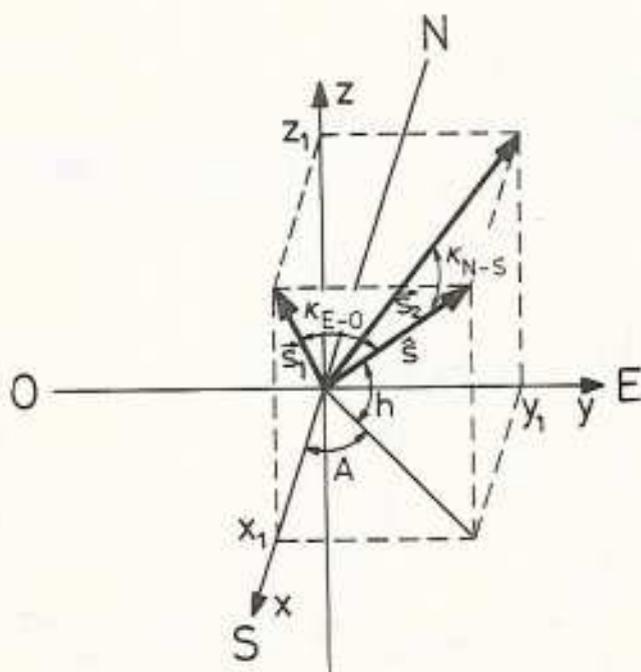


Fig. 6: Determinación de los ángulos κ_{E-0} y κ_{N-S} en función de las coordenadas solares h y A . \hat{s} es un versor en dirección al centro del Sol y \hat{s}_1 y \hat{s}_2 sus proyecciones sobre los planos xz e yz , respectivamente.