

CARACTERIZACIÓN DE FUNCIONAMIENTO Y COMPORTAMIENTO DINÁMICO EN DIFERENTES APLICACIONES.

por:

Francisco Abán
Ricardo Borla
Rolando Poppi

Proyecto Aprovechamiento de Salares del N.O.A.
U.N.Sa. - Departamento de Ciencias Tecnológicas.

RESUMEN

En el estudio del desarrollo y adaptación de tecnologías para la explotación de salares, el conocimiento de los parámetros de la operación de las piletas solares es un factor que tiene que ser debidamente tenido en cuenta. En este trabajo se presenta un estudio de caracterización de la operación y comportamiento dinámico de las piletas en diferentes aplicaciones que pueden realizarse en un proceso de separación de los distintos minerales de un salar.

1. INTRODUCCION.

En la tecnología de la producción de sales a partir de salmueras, de depósitos naturales, están resultand cada vez más utilizadas las llamadas piletas solares, cuyo objeto principal es la evaporación del solvente para alcanzar condiciones de equilibrio y cristalizar las sales difíceles. También en diversos procesos puede resultar de interés, no solamente evaporar, sino también elevar la temperatura, ya sea para producir algún cambio químico endotérmico (como la transformación de un hidrato en anhidro), o para disolver sales con mayor velocidad o hasta mayores concentraciones.

En cualquiera de las aplicaciones de las piletas solares dentro del campo de la extracción y purificación de sales, lo mismo que para el uso de las piletas solares como colector de calor, resulta de fundamental importancia disponer de un conocimiento lo más completo posible de los fenómenos que en ellas ocurren y, sobre todo, disponer de tales conocimientos bajo la forma de ecuaciones de funcionamiento, especialmente en lo que se refiere a la dinámica de las mismas.

Con este fin se han planteado las ecuaciones fundamentales de piletas solares en la forma más general y completa posible, para luego aplicarlas a cada caso particular y resolverlas con las simplificaciones que sean posibles o necesarias.

En este trabajo se presentan la derivación de tales ecuaciones y su aplicación en forma sumamente simplificada a unos pocos casos particulares con el fin de mostrar ciertos fenómenos críticos del funcionamiento de algún tipo de piletas, destacando la importancia del análisis a partir de las leyes fundamentales para, no solo estudiar cualitativamente la causa de diversas dificultades prácticas, sino también en forma cuantitativa y sugerir las posibles soluciones.

2.- DERIVACION DE LAS ECUACIONES.

Al igual que en cualquier equipo industrial, los fenómenos que ocurren en las piletas solares, son transformaciones, transportes y transferencias de tres propiedades extensivas de la materia: masa de cada especie, energía y cantidad de movimiento. Las relaciones que gobiernan las variaciones de estas propiedades extensivas, se pueden derivar de los principios de conservación. La forma de las cinéticas de los transportes y las transferencias, son también conocidas y la misma puede deducirse para muchas transformaciones, excepto quizá para transformaciones químicas, para las cuales la forma de la cinética puede predecirse solo parcialmente. Resulta entonces factible derivar una teoría semi completa de las piletas en que solo quedan a determinar experimentalmente algunos parámetros.

Concretamente, las ecuaciones de variación de las propiedades extensivas

mencionadas tienen la forma:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \phi = g \quad ; \quad \phi = \phi_C + \phi_D + \phi' \quad (1)$$

donde f = distribución de propiedad extensiva

ϕ_C = flujo convectivo de propiedad extensiva

ϕ_D = flujo difusivo de propiedad extensiva

ϕ' = otros flujos

g = velocidad de transformación de propiedad extensiva

Para su aplicación en piletas, las magnitudes incluidas en la ecuación general de variación, para cada propiedad extensiva, pueden expresarse de la manera indicada en el CUADRO I.

CUADRO I

Propiedad	f	$\phi_C = v f$	ϕ_D	ϕ'	g	R_m
Materia	ρ	$v \rho$	0	0	0	1
Especie i	ρ_i	$v \rho_i$	$J_i = D_i \nabla \rho_i$ (1)	0	$R_i = \sum v_{ij} R_j$	w_i
Entalpía	H_v	$v H_v$	$q = -D_T \nabla H_v$	ϕ_R (2)	0	$H_m = \int C_p dT$
Cant. Mov.	ρv	$v \rho v$		0	$\rho g - v P$	v

(1) Para el caso de varios flujos difusivos independientes D_i es una difusividad media para la sustancia i .

(2) ϕ_R es la integral de una distribución de radiaciones en el espacio de las // longitudes de ondas que, en medios absorbentes, se extingue proporcionalmente al camino recorrido con un coeficiente que depende de la longitud de onda.

No obstante, toda la generalidad con que se ha tratado de plantear las ecuaciones de variación en la fórmula (1) con las definiciones del Cuadro I, estas expresiones incluyen las siguientes hipótesis:

Para la materia:

- Solo se consideran flujos difusivos provocados por gradiente de concentración / (no se consideran flujos acoplados);
- No hay otros flujos más que los difusivos;

Para la energía:

- Se considera la energía total igual a la entalpía (toda otra forma de energía / es despreciable); solo se considera el calor como flujo difusivo (no se consideran los flujos acoplados);
- Se considera el flujo de energía por radiación;
- La cinética de la transformación de radiación en entalpía, es instantánea.

Para la cantidad de movimiento:

- Se considera la transformación de impulso en cantidad de movimiento con cinética igual a las fuerzas;
- Los flujos difusivos de cantidad de movimiento son indicados con el tensor de / tensiones
- No se consideran otros flujos de cantidad de movimiento.

Puede agregarse finalmente que tampoco se consideran fuerzas centrífugas ni derivadas de campos eléctricos o magnéticos, etc., ya que no corresponde a // los casos comunes de piletas.

Con estas aclaraciones, en forma explícita, las ecuaciones resultan:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot \rho v = 0$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_i v = \sum_j v_{ij} x_j + \nabla D_i \cdot \rho_i$$

(2)

$$\frac{\partial H_V}{\partial t} + \nabla \cdot H_V = \nabla D_T \cdot \nabla H_V - \nabla \cdot \phi_R$$

$$\frac{\partial \rho_V}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_V v = - \nabla \cdot \mathcal{J} - \nabla \cdot \mathcal{Q}$$

Estas ecuaciones se pueden simplificar definiendo las propiedades por unidad de masa, que están relacionadas a las distribuciones por: $f = \rho \cdot f_m$

En términos de estas nuevas variables (ver cuadro I), y de los potenciales, las ecuaciones son:

$$\frac{1}{\rho} = - \rho \cdot v \cdot v$$

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = \sum_j v_{ij} x_j + D_i \nabla^2 \rho_i$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \sum_j \left(- \frac{\partial H_j}{\partial C_j} \right) x_j + D_T \nabla^2 T - \frac{1}{\rho C_p} \nabla \cdot \phi_R \quad (*)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = - \nabla \Pi; \quad \Pi = I + \mathcal{Q}$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \cdot \nabla$$

Estas $(i - 1) + 3$ ecuaciones, relacionan las $(i - 1)$ variables de composición, ρ , T , P , y V , con las coordenadas y el tiempo. Para resolver el sistema debe agregarse las condiciones de contorno y la ecuación de estado que para líquidos, // puede formularse de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial w_i} = \alpha_i; \quad \frac{\partial \rho}{\partial T} = - \beta; \quad \frac{\partial \rho}{\partial P} = 0 \quad (4)$$

o bien:

$$d\rho = \rho \left(\sum \alpha_i dw_i - \beta dT \right)$$

Las condiciones iniciales y de contorno con las que se completan las ecuaciones, deben ser explicitadas para cada caso en particular.

Por diversas razones, es conveniente expresar las ecuaciones en forma adimensional: no sólo por la simplicidad de la formulación, sino por la ventaja que ofrecen las expresiones adimensionales para la realización de experimentos pilotos / o cambios de escala.

A fin de simplificar el análisis, se dan a continuación las ecuaciones // (3) en forma adimensional para el caso de piletas doblemente indefinidas (de una / sola dimensión), soluciones de un solo soluto y con una reacción química:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \xi} + P_e u \frac{\partial \rho}{\partial \xi} = - P_e \rho \frac{\partial u}{\partial \xi}$$

(*) El reemplazo de $\frac{1}{\rho} \nabla D_i \cdot \nabla \rho_i$ por $D_i \nabla^2 \rho_i$ puede justificarse en situaciones // como las que se presentan en piletas solares. Del mismo modo, en la ecuación de la temperatura puede justificarse el término $D_T \nabla^2 T$ en lugar del más preciso // $\frac{1}{\rho C_p} \nabla \cdot \phi_R$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} + P_e u \frac{\partial u}{\partial \zeta} = a \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} + a Z r$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} + P_e u \frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2} - X \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} + \Delta r \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} + P_e u \frac{\partial u}{\partial \zeta} = Y \frac{\partial \pi}{\partial \zeta}$$

$$dp = A \rho (d\omega - H d\theta)$$

En el cuadro II se listan las definiciones de variables y parámetros adimensionales.

CUADRO II

Coordenadas	$\zeta = \frac{z}{L}$	$\tau = \frac{D_T}{L^2} t$
Variables (En el texto de <u>cmi</u> ten los asteriscos)	$\rho^* = \rho/\rho_0$; $\omega^* = \frac{\omega - \omega_{s0}}{\omega_{fo} - \omega_{s0}}$; $\theta = \frac{T - T_R}{T_R}$; $u = v/G/\rho_0 \frac{-v}{s} v$	$\phi = \frac{\phi_R}{\phi_{RS}}$; $\phi = \int \phi dt$; $\psi^* = \frac{\psi}{\rho_0 g L}$; $\pi^* = \frac{\pi}{\rho g L}$; $r^* = \frac{r}{r(T_R, \Delta \omega_0)}$
Parámetros	$P_e = \frac{\bar{v} L}{D_T}$; $a = \frac{D}{D_T}$; $X = \frac{\phi_{RS} L}{K T_R}$; $Y = \frac{g L^2}{\nu D_T}$	$A = \alpha \Delta \omega_0$; $H = \frac{\beta T_R}{\alpha \Delta \omega_0}$; $Z = \frac{v_1 r_{re} L^2}{D \Delta \omega_0}$; $\Delta = \frac{-\Delta H r_{re} L^2 \rho_0}{\rho_e T_R}$
Identidades	$P_e = R_e P_r$; $a = P_r / S_c$; $Y = P_e / F_r$	$A = G r_M F_r / R_e^2$; $H = G r_{II} / G r_M$

Bajo ciertas condiciones de constancia de propiedades, estas ecuaciones pueden resolverse independientemente.

Para algunas puede darse la solución analíticamente. Por ejemplo, para la ecuación de la composición, si la piletta es cerrada, las condiciones de contorno son:

$$w(0, t) = w_0(t); \quad \frac{\partial w}{\partial z}(0) = \frac{\partial w}{\partial z}(l) = 0$$

y la solución resulta:

$$w(z, t) = \int_0^1 w_0(\zeta) d\zeta + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-(n\pi)^2 a t} \cos(n\pi \zeta) \int_0^1 w_0(\zeta) \cos(n\pi \zeta) d\zeta \quad (6)$$

La ecuación de la temperatura para piletas cerradas promediada a lo largo de veinticuatro horas, puede modificarse de manera tal de presentarla en forma similar a la de la composición:

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} = \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial z^2}; \quad \text{con } \bar{\theta} = \bar{\theta} - \bar{K} \phi$$

$$\bar{\theta} = \frac{1}{24} \int_t^{t+24h} \theta dt; \quad \bar{K} = \frac{1}{24h} \int_t^{t+24h} K dt$$

Y si las condiciones de contorno son relaciones lineales entre la temperatura y sus derivadas, también puede darse una solución analítica.

Sin embargo, estas soluciones de gran complejidad formal pierden sentido físico y no representan ninguna ventaja sobre las soluciones más simples que pueden derivarse caso por caso.

3.- ESTABILIDAD

Finalmente, y sin pretender rigurosidad deductiva, se puede derivar en forma heurística la condición de estabilidad del equilibrio mecánico del fluido / en la piletta. Por ejemplo, resulta fácil comprender que, en una piletta cerrada o flujo estacionario, si la densidad crece con la altura, el equilibrio será inestable (relativamente inestable o meta-estable), pudiendo generarse turbulencias localizadas como consecuencia de estos gradientes de densidad.

Debe notarse que para la existencia de flujo convectivos, en el sentido tradicional, no basta la existencia de gradientes de densidad positiva, según el eje vertical, sino que es necesario que existan gradientes de densidad según las coordenadas horizontales (los cuales no son considerados en una piletta unidimensional, pero que aparecen en las ecuaciones en dos dimensiones).

Esta forma simplificada de dar una condición de estabilidad, se expresa, si z está dirigida hacia arriba, con:

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} < 0$$

Con la ayuda de la ecuación de estado, la condición anterior resulta:

$$\frac{\partial w}{\partial z} - H \frac{\partial \theta}{\partial z} < 0 \quad \text{o bien} \quad \frac{\partial w / \partial z}{-\partial \theta / \partial z} > H \quad (7)$$

y el límite de la región de inestabilidad, viene dado por:

$$\frac{\partial w / \partial z}{-\partial \theta / \partial z} = H$$

En consecuencia, si una franja de espesor ϵ pudieran plantearse perfiles de concentración y temperatura que dieran lugar al incumplimiento de las condiciones (7), se tendría un equilibrio inestable y frente a cualquier perturbación se plantearían flujos convectivos dentro de la franja que tendrían características de turbulencia, resultando como consecuencia del mezclado una igualación de las propiedades y por lo tanto, de la densidad.

Si bien el mezclado derivado de la inestabilidad dentro de la franja queda limitado por ella, es posible que la turbulencia ocasionada en la misma se transfiera más allá de sus límites. Esto trae aparejado una modificación de las propiedades de transporte por el aporte a las mismas de las llamadas difusividades turbulentas. En términos de las expresiones adimensionales, esto significa una reducción de Pe , y de la constante de tiempo $\frac{L^2}{D_T}$, lo cual implica una aceleración de los procesos en tiempo real.

4.- APLICACIONES

Piletta indefinida sin flujo con gradiente inicial de concentración.

Tratándose de piletas sin flujo, las ecuaciones se reducen a:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - X \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}$$

y las condiciones iniciales a:

$$w(0, t) = w_0(t) = 1 - z \quad (\text{lineal})$$

$$\theta(0, t) = \theta_0(t) = 0$$

Las condiciones de contorno para w , si no existe aporte de sal, sal marina o agua, son:

$$\frac{\partial w}{\partial z}(0) = \frac{\partial w}{\partial z}(l) = 0$$

Las condiciones de contorno para la temperatura, dependen de una serie /

de factores, como ser detalles constructivos, modo de operación, etc. Para ilustrar la aplicación de las ecuaciones, podemos plantear un caso particularmente // simplificado de una piletta sin evaporación con fondo de alta absorción de radiación, despreciando la absorción de radiación en la masa del fluido y con extracción del calor a una temperatura igual a una fracción $(1-\lambda)$ de la temperatura de // fondo. La condición de no absorción de radiación en la masa del líquido es equiva- lante a imponer $\phi_{ct} = 0$. Si en el fondo se absorbe una fracción λ de la radiación incidente, las condiciones de contorno son:

$$\begin{aligned} -\phi_{ct}(1) &= N_a \theta(1) & N_a &= h_a L / k \\ -\phi_{ct}(0) &= \lambda X - N_e \psi \theta(0) & N_e &= (h_e L / k) (S_e / S) \end{aligned}$$

Es fácil demostrar que aunque w no pueda alcanzar un estado estacionario // ríco, θ aproxima el estado estacionario en tiempos relativamente cortos. Entonces // la solución estacionaria para la temperatura se obtiene de integrar:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = 0$$

con lo cual se obtiene:

$$\theta = \lambda X \frac{1 - \left(\frac{N_a}{1 + N_a} \right) z}{N_e + \left(\frac{N_a}{1 + N_a} \right)}$$

Para el perfil de concentración, si el gradiente inicial es lineal

$$\psi_0(z) = 1 - z$$

se puede obtener una solución aproximada considerando que, dadas las condiciones // de contorno el perfil comenzará a deformarse en los extremos en los cuales la deri- vada será 0 y variará dentro de la franja de espesor δ , variable con el tiempo, // hasta la zona central en la que por no haberse presentado todavía la deformación, // se mantendrá el perfil inicial.

Dentro de estas franjas próximas al contorno, se puede encontrar una so- lución aproximada poniendo:

$$w(z, t) = w_x(\delta_x, n) = 1 - \delta \psi(n); \quad n = \frac{z}{\delta}$$

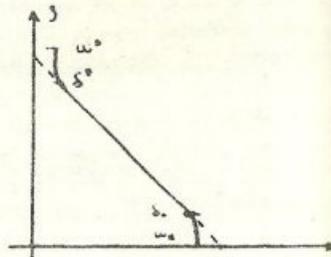
$$w^*(z, t) = w^*(\delta, n) = \delta \psi(n)$$

Con:

$$\delta(0) = 0; \quad \psi(1) = 1; \quad \psi'(1) = 1; \quad \psi'(0) = 0$$

Resolviendo la ecuación resultante de δ , se ob- tiene

$$\delta^2 = \frac{2a}{2 \int_0^1 \psi^n - 1}$$



$$\text{y con } \psi = \frac{1 + n^2}{2}$$

$$\delta = (6a\zeta)^{1/2} \quad \text{y} \quad \psi_x = 1 - \frac{6a\zeta + \zeta^2}{2(6a\zeta)^{1/2}}; \quad w^* = \frac{6a\zeta + \zeta^2}{2(6a\zeta)^{1/2}}$$

válida para:

$$\zeta < (6a\zeta)^{1/2}$$

A partir de estos resultados, es posible analizar la estabilidad de la piletta; por aplicación del criterio (7) a la zona central, se puede obtener el valor del gra- diente inicial de concentración para la estabilidad de dicha zona:

$$\frac{-\partial w / \partial z(0)}{-\partial \psi / \partial z(0)} = \frac{1}{\lambda X N_a / (1 + N_a)} > H_0$$

Dentro de la franja de concentración variable existirá una región en la // cual se tendrá inestabilidad; refiriéndonos a la franja inferior, el límite de esta región viene dado por:

$$\frac{\zeta / (6a\zeta)^{1/2}}{\lambda X N_a / (N_a + \psi N_e (1 + N_a))} = H \quad \zeta = \frac{\lambda X (6a\zeta)^{1/2} H N_a}{N_a + (1 + N_a) \psi N_e}$$

y la velocidad con que avanza está dada por:

$$\frac{d\zeta}{d\tau} = \frac{\lambda X N_a H}{N_a + (1 + N_a) \psi N_e} \left(\frac{1.5 a}{\zeta} \right)^{1/2} \quad \frac{dz}{dt} = \frac{\lambda X N_a H}{N_a + (1 + N_a) \psi N_e} (1.5 a)^{1/2} \left(\frac{\zeta}{\zeta_0} \right)^{1/2}$$

A fin de tener idea cuantitativa del significado de esta conclusión, se // ha calculado el valor del espesor de inestabilidad para una piletta cuyas caracterís- ticas se detallan en el cuadro III, obteniéndose los siguientes resultados:

CUADRO III

Líquido: Agua		Sal: ClN_a
$L = 1 \text{ m}$		$T_r = 20^\circ\text{C}$
$D = 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{h}}$	$D_T = 10^{-3} \frac{\text{m}^2}{\text{h}}$	$a = 10^{-2}$
$\delta = 510^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$	$\alpha = .7$	$k = 1 \frac{\text{Kcal}}{\text{fm}^\circ\text{C}}$
$\phi_{Rs} = 600 \frac{\text{Kcal}}{\text{h m}^2}$		$X = 30$
$N_a = 1$	$N_e = 2$	$v = .5$
		$\lambda = .5$
A partir de $H_0 < \frac{N_a + v N_e (1 + N_a)}{\lambda X N_a} = .2$		
$\Delta\omega_0 > \frac{\beta T_r}{\alpha H_0} = .07$		
Adoptando $\Delta\omega_0 = .1$; $H = .14$		
$z = L \frac{\lambda X H N_a}{N_a + v N_e (1 + N_a)} \left(\frac{6 a D}{L^2} \right)^{1/2} t^{1/2}$		
$z = 610^{-4} \text{ m } \left(\frac{t}{\text{h}} \right)^{1/2}$		

CONCLUSIONES:

Se ha realizado un estudio para establecer un modelo general para piletas solares con el objeto de dar respuestas a problemas que se plantean desde el punto de vista de la operación de las mismas. Con el fin de ilustrar su operación se ha desarrollado un ejemplo tendiente a establecer la velocidad de avance del espesor / de inestabilidad de una pileta indefinida sin flujo con gradiente inicial de convección.