

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO TERMICO DE UN MURO SOLAR HOMOGENEO POR MEDIO DE APROXIMACIONES POLINOMICAS[#]

Juan J. Elicabe Urriol y Roberto Gaspar
Instituto de Física Rosario (U.N.R.-CONICET)
Av. Pellegrini 250- 2000 Rosario-Argentina

RESUMEN

Se extienden los ensayos y simulaciones de muros colectores-acumuladores, iniciados en (1). Se ha perfeccionado el dispositivo experimental, mejorando su sistema constructivo y el bloque de captura y procesamiento de datos. Con el mismo se ensayan diferentes esquemas de operación. Su respuesta puede ser analizada a partir de un modelo numérico unidimensional, basado en aproximaciones polinómicas de las condiciones iniciales y de borde. Se estudian en particular los flujos de calor en ambas caras del muro y la evolución de la energía almacenada en el mismo, elaborándose conclusiones para una de las experiencias realizadas.

1. INTRODUCCION

A partir de los estudios desarrollados en (1) se continúa con el ensayo y modelización del comportamiento de muros colectores-acumuladores homogéneos. Tal como allí se detalla, el sistema tiene una circulación de aire homogénea sobre su cara interna, pudiendo ésta ser con aire natural o de temperatura controlada. Los ensayos experimentales realizados tienen como objeto determinar la conveniencia o no de distintos esquemas de operación tales como la regulación de la temperatura del recinto, el uso de cubiertas semitransparentes y/o de aislaciones nocturnas.

A los efectos de realizar dicho análisis, el modelo unidimensional de (1) ha sido extendido, a fin de reproducir la evolución de las temperaturas del muro mediante dos secuencias para cada día: una, cuando sobre el muro

incide radiación directa (período solar) y otra cuando el mismo no está directamente iluminado (período nocturno). La solución analítica obtenida es rápidamente convergente, lo mismo que sus derivadas e integrales. Se pueden por lo tanto conocer los gradientes (y por lo tanto, los flujos de calor sobre ambas caras del muro) y la temperatura media, que indica la energía media acumulada.

2. DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

El muro está conformado por arena seca contenida entre dos placas de asbestocemento. Dichas placas han sido reforzadas para evitar los problemas de pandeo detectados en (1), utilizándose ahora otro tipo de arena. Se ha incrementado el número de temperaturas registradas sobre el eje central. El sistema de regulación de la temperatura del aire de ventilación estabiliza el valor en la cara interna en un entorno de $\pm 0,5$ C.

Los datos de temperaturas y radiación son registrados por un sistema de adquisición de datos J. Fluke 2240B. En temperaturas, su precisión es de 0,1 C, pero, al haberse utilizado la escala de conversión standard de fem a temperaturas interna al instrumento, los errores efectivos son de 0,5 C. El equipo es acoplable mediante una conexión IEEE-488 a un sistema de procesamiento de datos Digital MINC, que permite una operación controlada del frente de captura de datos.

3. ENSAYOS EXPERIMENTALES

Como se expresa más arriba, se han realizado diversos ensayos experimentales de los siguientes tipos básicos:

3.1. Muro sin cubierta, aislación ni regulación de temperatura interna.

[#] Trabajo parcialmente financiado con fondos del Programa Nacional de Energía No Convencional de la SECYT.

- 3.2. Idem, pero con regulación de la temperatura interna.
- 3.3. Muro con cubierta semitransparente de vidrio y regulación de la temperatura interna.
- 3.4. Idem, pero con colocación de una aislación de poliestireno expandido entre la puesta y la salida del Sol.

Los datos, leídos en intervalos de 0,5 h son archivados en el equipo MINC, lo cual permite reconstruir dos tipos de curvas:

- a) Evolución de la temperatura en un punto dado del muro: $T(x_0, t)$
- b) Perfil de temperatura del muro en un instante de registro: $T(x, t_0)$.

4. MODELO TEORICO

La ecuación que determina el comportamiento de un muro colector-acumulador homogéneo es:

$$\alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

donde α , T , x y t son la difusividad térmica, la temperatura, la posición y el tiempo respectivamente. La coordenada $x=0$ indica la cara interna del muro y $x=1$ su cara exterior.

Dando condiciones de borde $T(0, t) = \phi_1(t)$ y $T(1, t) = \phi_2(t)$ e inicial $T(x, 0) = f(x)$ la solución de la Ec. 1) es (2):

$$T(x, t) = 2/1 \cdot \left\{ \sum_{i=0}^{\infty} \exp(-\alpha n^2 \pi^2 t / l^2) \cdot \sin(n \pi x / l) \cdot \left[\int_0^1 f(x') \cdot \sin(n \pi x' / l) \cdot dx' + n \pi \alpha / l \cdot \int_0^t \exp(\alpha n^2 \pi^2 \lambda / l^2) \cdot (\phi_1(\lambda) - (-1)^n \cdot \phi_2(\lambda)) d\lambda \right] \right\} \quad (2)$$

En la literatura suele ser citada la denominada condición dinámica, válida para $t \gg l^2/\alpha$. Por ejemplo, si ϕ_1 y ϕ_2 son expresables como series armónicas finitas, se usa el método de la transformada de Fourier o el matricial (2), (3).

En el caso de los muros que aprovechan la energía solar, l^2/α es grande, con lo cual sólo se alcanza la condición dinámica para tiempos mayores que un día. Por otro lado, considerando un período solar o uno nocturno, los registros experimentales muestran que $f(x)$, $\phi_1(t)$ y $\phi_2(t)$ pueden ser bien ajustados por polinomios de a lo sumo cuarto grado:

$$\phi_1(t) = \sum_{i=0}^4 I_i \cdot t^i \quad (3.a)$$

$$\phi_2(t) = \sum_{i=0}^4 E_i \cdot t^i \quad (3.b)$$

$$f(x) = \sum c_i \cdot x^i \quad (3.c)$$

Bajo esta hipótesis, la solución general dada en la Ec. 2) puede reescribirse como:

$$T(x, t) = \sum_{i=0}^4 \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sin(n \pi x / l) \cdot \exp(-\alpha n^2 \pi^2 t / l^2) \cdot \left[2/l \cdot \left\{ \sum_{i=0}^4 f^{(i)}(x') \cdot (-1)^{i+1} / a^{2i+1} \right\} \cdot \cos(n \pi x' / l) \right]_0^l + 2/\pi \sum_{i=0}^4 T(i, n) \cdot (-1)^i \cdot i! \right\} + 2/\pi \cdot \sum_{i=0}^4 (-1)^i \cdot \left[S_{2i+1}(x_1) \cdot \phi_1(t) - A_{2i+1}(x_1) \cdot \phi_2(t) \right] / b^i \quad (4)$$

donde:

el supraíndice (i) indica en $f(x')$, $\phi_1(t)$ y $\phi_2(t)$ el orden de derivación a y b constantes dadas por:

$$a = n \pi / l \quad b = \alpha \pi^2 / l^2$$

x_1 es $\pi x / l$ y además T, A y S son:

$$T(i, n) = I_i \cdot (-1)^n \cdot E_i \quad (5.a)$$

$$S_{2i+1}(x_1) = \sum_{k=1}^{\infty} \sin(k x_1) / k^{2i+1} \quad (5.b)$$

$$A_{2i+1}(x_1) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \sin(k x_1) / k^{2i+1} \quad (5.c)$$

Las sumas de las series de las Ec. 5.a y 5.c se obtienen a partir de $S_1(x_1)$ y $A_1(x_1)$ dadas en (4) y (5) por sucesivas integraciones entre 0 y x y utilizando los números de Bernoulli (4).

La expresión final dada en la Ec. 4) es fácilmente computable, por tener una serie rápidamente convergente (debido al factor exponencial negativo) y productos de polinomios en x_1 y t . De dicha ecuación se puede ver la forma genérica de la solución para ajustes de orden mayor que 4.

La función $T(x, t)$ es derivable e integrable analíticamente en el intervalo cerrado (0,1). La función

$$J_q(x, t) = -k \partial T / \partial x \quad (6)$$

donde k es conductibilidad, da el flujo de energía en el muro. Evaluada la Ec. 6) en $x=0$ y $x=1$ se conoce la energía transferida por ambas caras del muro, para cada instante de tiempo.

Calculando el valor medio de $T(x, t)$ se puede conocer la energía media almacenada por unidad de área del muro:

$$E = \rho l c T_m \quad (7)$$

siendo ρ la densidad del material y T_w la temperatura promedio del muro.

5. AJUSTE DEL MODELO Y SIMULACION

Las simulaciones se hicieron dividiendo el día en dos partes: el período solar (tiempos locales aproximados de 8 a 18 horas) y el nocturno (lapso comprendido entre las horas locales 18 y 8). Con los datos experimentales se obtienen para cada período, por ajuste de cuadrados mínimos de cuarto grado, los coeficientes I_i , E_i y C_i . En la Fig. 1 se muestra la correlación entre datos reales y por ajuste para $f(x)$ al comienzo del período solar, en la Fig. 2 y fig. 3 los correspondientes a $\phi_1(t)$ y $\phi_2(t)$ para una secuencia solar.

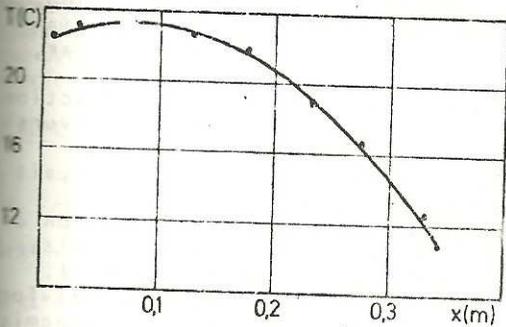


Figura 1: Ajuste de $f(x)$

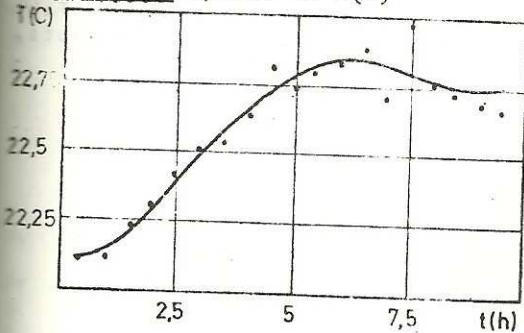


Figura 2: Ajuste de $\phi_1(t)$

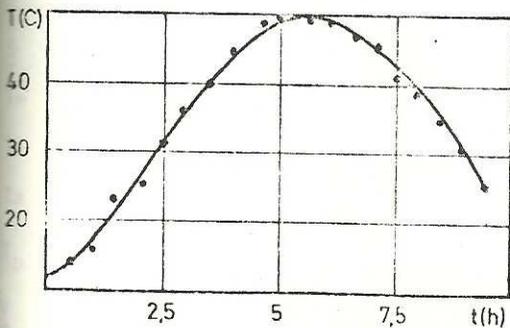


Figura 3: Ajuste de $\phi_2(t)$

Con estos coeficientes se ajustó el valor de α por identificación entre datos experimentales y teóricos al final de una secuencia. En la Fig. 4 se muestra el ajuste con $\alpha=0,00085 \text{ m}^2/\text{h}$ para una secuencia diurna y en la Fig. 5 para una nocturna en una experiencia tipo 3.2.

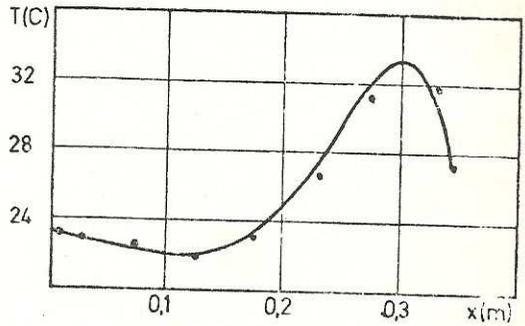


Figura 4: $T(x,t)$ a $t=18 \text{ h}$.

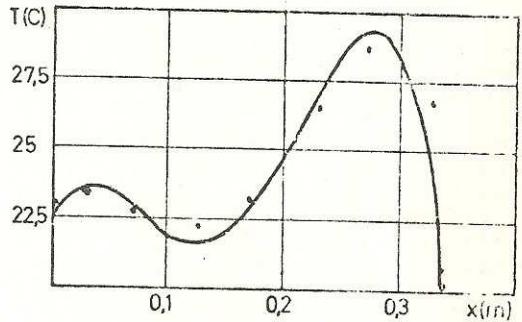


Figura 5: $T(x,t)$ a $t=8 \text{ h}$.

6. ANALISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS

Se analizará en este trabajo una de las experiencias tipo 3.2. para un día seminublado. La radiación global sobre el plano vertical del muro fue de $15,5 \text{ MJ}/\text{m}^2$, esencialmente entre las horas locales 8 y 15. A partir de dicho momento, la nubosidad es elevada.

La temperatura del recinto se ajusta a $22,5 \text{ C}$, valor quizás alto para un sistema solar, como se indica más adelante. El análisis se realiza desde las 8 horas hasta las 8 horas del día siguiente. El cómputo de los flujos sobre ambas caras del muro y de su energía media almacenada indica que:

a) Por la cara exterior ingresa energía al muro entre las horas 8 y 16 y egresa hacia el exterior entre las 16 y las 8 del día siguiente.

b) Que el recinto entrega energía al muro de 8 a 9 horas, que recibe energía del muro entre las 9 y las 0:30 horas del día siguiente y vuelve a entregar energía al muro desde las 0:30 hasta las 8 horas.

c) Que la energía media del muro se incrementa desde las 8 a las 16 horas y luego va decreciendo. Su variación neta es de $0,46 \text{ MJ/m}^2$, con un entorno de error de $\pm 0,2 \text{ MJ/m}^2$.

d) El flujo neto diario sobre la cara externa del muro indica un ingreso de $0,4 \text{ MJ/m}^2$, menos del 3% de la radiación incidente.

e) El flujo neto diario sobre la cara interna indica una entrega de energía por parte del recinto de $0,1 \text{ MJ/m}^2$.

De lo anterior, se desprende que en esta experiencia el recinto se ha comportando esencialmente como un controlador, que entrega energía al recinto en las horas de actividad normal (9 a 24 horas) y luego pierde energía en la madrugada. Ello se debe en parte al hecho de no tener ningún tipo de protección nocturna (cubierta y/o aislación) y estar la temperatura del aire interior regulada a un valor relativamente alto para un sistema típicamente solar, donde se aceptan condiciones de confort menos restrictivas. En ensayos sin regulación (tipo 3.1.), o con regulación a menor temperatura, se nota claramente el factor de pérdida que representa este hecho.

La influencia de una protección nocturna puede notarse teniendo en consideración que en el período de cielo claro el ingreso de energía al muro por la cara exterior es de $2,7 \text{ MJ/m}^2$, es decir, un 18% de la radiación incidente. Aislando la piel de allí en adelante, una fracción importante de esa energía ingresaría en el período no solar al recinto.

7. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

Los análisis efectuados hasta el presente muestran la bondad del método de cálculo seleccionado para anali-

zar la prestación de muros homogéneos. Si se dispone de registros de las temperaturas externa e interna durante un período de varios días, el uso de secuencias sucesivas tomando como condición inicial para una el valor final de temperatura de la secuencia previa, permite obviar el conocimiento de la función $f(x)$. Ello es importante por cuanto ésta es la situación que se registra en varias viviendas solares habilitadas, siendo también una experiencia fácilmente realizable in situ.

7. REFERENCIAS

1. Elicabe Urriol, J.J. y Gaspar, R. Sistema de Ensayo Comparativo de Muros Colectores-Acumuladores y Simulación de un Muro Homogéneo. Reunión de Trabajo de la Asociación Argentina de Energía Solar, VI, Catamarca, 1980.
2. Carlslaw, J. y Jaeger, C. Conduction of Heat in Solids. Oxford University Press, Oxford, 1959.
3. Sonderegger, R.C. Harmonic Analysis of Building Thermal Response Applied to the Optimal Location of the Insulation within the Walls. Energy & Buildings, 1, 131 (1977).
4. Mangulis, V. Handbook of Series for Scientists and Engineers. Academic Press, New York, 1965.
5. Gradshteyn, I.S. & Ryzhik, J.M. Table of Integrals, Series and Products. Academic Press, New York, 1965.