

AJUSTE DE PARAMETROS EN MODELOS TERMICOS

Gustavo Hannecke* y Graciela Lesino

INENCO#, Universidad Nacional de Salta
Buenos Aires 177 - 4400 Salta

Resumen

Se encara la puesta a punto de un método sistemático de ajuste de coeficientes de sistemas de ecuaciones lineales a partir de mediciones y su aplicación a modelos térmicos para temperaturas tomadas en un invernáculo con locales adyacentes. Se utiliza este método como test de la bondad del modelo térmico a estudiar, como así también para determinar el intervalo más grande admisible en la toma de datos, con un orden de error mínimo.

Los algoritmos del método de ajuste se organizan en un programa Fortran IV mostrándose las ventajas de dicho método para ser utilizado en computadoras pequeñas.

Dos programas más prevén la utilización de los coeficientes en balances térmicos de los modelos físicos estudiados y gráficas de los resultados obtenidos. Finalmente se muestran dichas gráficas, como así también la evolución de algunos coeficientes en el ajuste sistemático.

1. Introducción

Para que el acondicionamiento pasivo de edificios tenga éxito, se deben conocer todos los parámetros de los mismos que influyan en su funcionamiento térmico.

Estos parámetros son necesarios para determinar la distribución de energía y la evolución de las temperaturas en el sistema mediante balances térmicos (linealizados) del tipo:

(cambio de la entalpía) = (calor re-

cibido o entregado por conducción, convección y radiación) + (radiación solar)

es decir, constituyen sistemas de ecuaciones del tipo:

$$m_j C_{pj} \frac{dT_j}{dt} = \sum_i U_{ij} A_{ij} (T_j - T_i) + a_j S \quad (1)$$

donde:

- m_j = masa
- C_{pj} = calor específico
- U_{ij} = coeficiente global de transferencia
- A_{ij} = área
- T_{ij} = temperatura de los locales
- S = radiación
- a_j = constante de proporcionalidad

Balances muy detallados presentan el problema de que aún para sistemas bastante simples, el número de variables es muy grande y que puede no ser posible estimar todos los parámetros necesarios para el cálculo.

Conviene plantear modelos más sencillos que, al validarse con datos experimentales, proporcionan parámetros complejivos equivalentes a los del sistema detallado. El procedimiento para determinar dichos parámetros a partir de los datos experimentales es el siguiente:

Partiendo de las ecuaciones del balance (1), se engloban los coeficientes $\frac{U_{ij} A_{ij}}{m_j C_{pj}}$ en un coeficiente único b_{ij} ;

en forma similar $a_j/m_j C_{pj}$ en un coeficiente de radiación b_{0j} . Las ecuaciones de balance toman la forma:

* Becario del CONICET

Instituto UNSa. - CONICET

AJUSTE DE PARAMETROS EN MODELOS TERMICOS

Gustavo Hannecke* y Graciela Lesino

INENCO#, Universidad Nacional de Salta
Buenos Aires 177 - 4400 Salta

Resumen

Se encara la puesta a punto de un método sistemático de ajuste de coeficientes de sistemas de ecuaciones lineales a partir de mediciones y su aplicación a modelos térmicos para temperaturas tomadas en un invernáculo con locales adyacentes. Se utiliza este método como test de la bondad del modelo térmico a estudiar, como así también para determinar el intervalo más grande admisible en la toma de datos, con un orden de error mínimo.

Los algoritmos del método de ajuste se organizan en un programa Fortran IV mostrándose las ventajas de dicho método para ser utilizado en computadoras pequeñas.

Dos programas más prevén la utilización de los coeficientes en balances térmicos de los modelos físicos estudiados y gráficas de los resultados obtenidos. Finalmente se muestran dichas gráficas, como así también la evolución de algunos coeficientes en el ajuste sistemático.

1. Introducción

Para que el acondicionamiento pasivo de edificios tenga éxito, se deben conocer todos los parámetros de los mismos que influyan en su funcionamiento térmico.

Estos parámetros son necesarios para determinar la distribución de energía y la evolución de las temperaturas en el sistema mediante balances térmicos (linealizados) del tipo:

(cambio de la entalpía) = (calor re-

cibido o entregado por conducción, convección y radiación) + (radiación solar)

es decir, constituyen sistemas de ecuaciones del tipo:

$$m_j C_{pj} \frac{dT_j}{dt} = \sum_i U_{ij} A_{ij} (T_j - T_i) + a_j S \quad (1)$$

donde:

- m_j = masa
- C_{pj} = calor específico
- U_{ij} = coeficiente global de transferencia
- A_{ij} = área
- T_{ij} = temperatura de los locales
- S = radiación
- a_j = constante de proporcionalidad

Balances muy detallados presentan el problema de que aún para sistemas bastante simples, el número de variables es muy grande y que puede no ser posible estimar todos los parámetros necesarios para el cálculo.

Conviene plantear modelos más sencillos que, al validarse con datos experimentales, proporcionan parámetros complejivos equivalentes a los del sistema detallado. El procedimiento para determinar dichos parámetros a partir de los datos experimentales es el siguiente:

Partiendo de las ecuaciones del balance (1), se engloban los coeficientes $\frac{U_{ij} A_{ij}}{m_j C_{pj}}$ en un coeficiente único b_{ij} ;

en forma similar $a_j/m_j C_{pj}$ en un coeficiente de radiación b_{0j} . Las ecuaciones de balance toman la forma:

* Becario del CONICET

Instituto UNSa. - CONICET

$$\frac{dT_j}{dt} = \sum_i b_{ij} (T_j - T_i) + b_{0j} S'$$

Si experimentalmente se puede determinar las temperaturas T_j y T_i y la radiación S' , pasando a j diferencias finitas y variando el tiempo de toma de datos en por lo menos una cantidad igual al límite de variación del sub-índice i sumado en uno (por la radiación). Se obtiene un sistema de ecuaciones lineales para cada j , donde cada ecuación es de la forma:

$$\text{tiempo}=i) (T_j(i+\Delta t) - T_j(i)) / \Delta t = b_{1j}(T_j - T_1) + b_{2j}(T_j - T_2) + \dots$$

en notación matricial ($n = i + 1$)

$$Y_{n,1} = T_{n,n} \cdot b_{n,1} \quad (2)$$

donde $b_{n,1}$ es el vector de parámetros incógnitas y T e Y son matrices de datos experimentales.

El trabajo encara el ajuste por mínimos cuadrados de los coeficientes del sistema de ecuaciones lineales y se trata de determinar para este tipo de sistema físico cuál es el intervalo más grande admisible en la toma de datos para obtener resultados adecuados.

2. Método de ajuste

Se trata de un método de cuadrados mínimos, aplicado a sistemas matriciales, complementado con un lema de inversión de matrices (1).

El método consiste en lo siguiente: partiendo de la relación matricial (2) y premultiplicando ambos miembros por:

$$(T_{n,n}^t \cdot T_{n,n})^{-1} \cdot T_{n,n}^t$$

se obtiene:

$$(T_{n,n}^t \cdot T_{n,n})^{-1} \cdot T_{n,n}^t \cdot Y_{n,1} = b_{n,1}$$

El primer miembro es precisamente la solución dada por el método de los cuadrados mínimos y aplicado a matrices (2). El segundo miembro es un vector de incógnitas, mientras que el primero es un producto de matrices de datos empíricos. Haciendo el siguiente cambio de variables:

$$P_k^{-1} = T_{n,n}^t \cdot T_{n,n} \quad \text{y} \quad Z_k = T_{n,n}^t \cdot Y_{n,1}(a)$$

El sistema queda:

$$b(k) = P_k \cdot Z_k$$

donde k es el número de mediciones hechas; en este caso $k=n$. Si se toma una tanda más de datos, es decir en vez de " k " se toman " $k+1$ " datos, la matriz P_k pasará a ser P_{k+1} , cumpliéndose la relación:

$$P_{k+1} = P_k + t_{k+1}^t \cdot t_{k+1} \quad (3)$$

donde t_{k+1} es la fila $k+1$ que se agrega a T_k con la nueva serie de mediciones.

Análogamente:

$$Z_{k+1} = Z_k + t_{k+1}^t \cdot Y_{k+1} \quad (4)$$

Haciendo los reemplazos necesarios es muy sencillo demostrar estas relaciones.

Con la nueva serie de datos el sistema de ecuaciones toma la forma:

$$b(k+1) = P_{k+1} \cdot Z_{k+1} \quad (5)$$

donde $b(k+1)$ es la nueva serie de valores $b_{ij} \dots b_{0j}$ que se irán ajustando si se realiza un proceso iterativo en el que, en cada iteración se agrega una fila t_k de datos a la matriz $T(k)$.

Haciendo un análisis de las dimensiones de las matrices y los vectores se comprueba que, a pesar de que se agregan filas a T_k , las dimensiones de P_k y Z_k no crecen, es decir: se mantienen constantes en todo el proceso iterativo; esto es una gran ventaja para el cálculo en computadoras, ya que permite trabajar con matrices relativamente chicas, a pesar de que crece continuamente el volumen de datos.

En la ecuación (5) se presenta el problema que, por la definición de P_k dada en (a), en cada iteración se deberá hacer la inversión de la matriz producto, para poder hallar los b_k correspondientes a dicha iteración.

A fin de evitar estas sucesivas inversiones de matrices, que hacen más lento el cálculo, se utiliza el lema de inversión de Woodbury, que plantea lo siguiente:

$$(A+B.C.D.)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}.B.(C^{-1} + D.A^{-1}.B.)^{-1}.D.A^{-1} \quad (6)$$

Haciendo:

$$A = P_k^{-1}$$

$$B = t_{k+1}^t$$

$$D = t_{k+1}^t$$

$$C = 1$$

y reemplazando en (6), el primer término queda:

$$(P_k^{-1} + t_{k+1}^t \cdot 1 \cdot t_{k+1}^t)^{-1}$$

que si se compara con (3), es fácil ver que es igual a P_{k+1} . Al hacer los reemplazos correspondientes en el segundo término de la ecuación de Woodboury se tiene:

$$P_{k+1} = P_k - \frac{P_k \cdot t_{k+1}^t \cdot t_{k+1}^t P_k}{1 + t_{k+1}^t P_k t_{k+1}^t}$$

Este es un algoritmo para el cálculo de P_{k+1} , en el que no es necesario realizar la inversión de la matriz en cada iteración.

Además el algoritmo presenta la ventaja de no tener que hacer todos los cálculos desde el principio al agregarse una fila de datos, sino que, el cálculo de la matriz P_{k+1} se apoya en la matriz correspondiente a la iteración anterior.

3. Método Computacional

Los algoritmos fueron organizados y aplicados en un programa en Fortran IV, presentándose la ventaja de que, por las características del método, sólo es necesario guardar en la memoria de la computadora un número limitado de información correspondiente al último paso de la iteración, desechando todo lo anteriormente utilizado; esto hace que el método pueda ser utilizado sin límites de capacidad en la cantidad de datos procesados.

El programa incluye la posibilidad de variar la amplitud de los intervalos de medición con los que hace los cálculos de los parámetros tomándose intervalos de 5, 10, 15... minutos.

4. Descripción de la experiencia

Los locales monitoreados fueron (3):

un invernáculo de 24 m², un local adyacente de 11 m² para el sistema de adquisición de datos y un depósito de 20 m².

Para medir las temperaturas se instalaron termocuplas: para la temperatura externa y del invernáculo con capuchas metálicas, reflectoras perforadas, que detienen la radiación externa permitiendo la circulación del aire; en cada local, en un globo negro para medir la temperatura media radiante; en los muros del invernáculo a ambos lados de la aislación, estimándose así la acumulación y los flujos de calor de los mismos; en la parte superior de los muros del invernáculo y en el piso de hormigón, a 1 cm de la superficie; en los orificios superiores e inferiores de termocirculación.

Para medir la radiación solar se instaló un solarímetro Kipp & Zonen.

El registro y acumulación de datos se realizó mediante un dataloger EE101 de 100 canales con salida a cinta magnética. Para la lectura de la cinta se dispone de una interfase lectora y una PDP 11/23, acumulando de esta manera los datos tomados en discos flexibles, quedando toda la información a disposición directa de los distintos programas que la requieran. Se observa en la Fig. 1 algunas de las temperaturas leídas por dicho equipo cada 5 minutos durante aproximadamente 6 días lo que hace un total de alrededor de 1300 datos.

Las mediciones corresponden a temperaturas tomadas en invierno, con el 1° día nublado, el 2° y 3° seminublados y los posteriores soleados. La falta de continuidad se debe a interrupciones de las mediciones.

5. Resultados

A efectos del cálculo se eligió el modelo esquematizado en Fig. 2.

Se calcularon parámetros para I (invernáculo, L (local) y D (depósito), utilizándose las ecuaciones de balance que se detallan a continuación:

$$a) \frac{dT_I}{dt} = b_{L1}(T_I - T_L) + b_{D1}(T_I - T_D) + b_{E1}(T_I - T_E) + b_{O1} S$$

$$b) \frac{dT_L}{dt} = b_{I2}(T_L - T_I) + b_{D2}(T_L - T_D) + (T_L - T_E) + b_{O2} S$$

$$c) \quad d T_D / dt = b_{L3} (T_D - T_I) + b_{L3} (T_D - T_L) + b_{E3} (T_D - T_E) + b_{O3} S$$

La Fig. 3 muestra la evolución en el tiempo del parámetro b_{L1} (correspondiente al balance en el invernáculo).

Se diseñaron dos programas más: uno de ellos utiliza los parámetros en el cálculo de un balance térmico, dando la evolución de la temperatura en uno de los puntos del modelo térmico y luego los archiva. El otro programa lee el archivo del programa anterior y los grafica con un graficador con que cuenta la PDP 11/23.

Las Fig. 4 y 5 muestran las temperaturas medidas y calculadas del invernáculo, en las que se hizo variar para estas últimas el intervalo de toma de datos.

La Fig. 6 muestra la evolución de las temperaturas en las que, en lugar de utilizar el total de datos disponibles para realizar el ajuste (1300 datos), sólo se utilizaron 300 datos.

6. Conclusiones y comentarios

Analizando los resultados obtenidos se observa que éstos presentan un error medio de 3°C en las temperaturas máximas y de 1°C en las mínimas, variando el mismo según el intervalo de toma de datos, que se halla tomado. El peor caso observado es para el intervalo de 1 hora y aún así el error no excede los 6°C en las temperaturas pico, durante corto tiempo. En general, todos los programas de simulación adolecen de este defecto.

Dado el salto térmico que se está estudiando (casi 40°C) se puede considerar que errores de esta magnitud corresponden a una buena aproximación de la curva de temperaturas reales. Esto lleva a concluir que el método de ajuste es aplicable eficientemente para sistemas pasivos de edificación, como el tratado en el presente trabajo.

En la Fig. 6 se observa que no existen diferencias notorias entre las curvas. De esto se concluye que la convergencia del método es rápida, lográndose una pronta estabilización de los parámetros. Esto es muy conveniente en la optimización del uso de los equipos de adquisición de datos;

por ejemplo: para el sistema estudiado, habrían sido necesarios sólo la cuarta parte de los datos registrados cada 5 minutos.

Otro parámetro de optimización lo da la posibilidad de variar los intervalos de toma de datos.

Comparando los resultados obtenidos con distintos intervalos, se ve que aún para un intervalo de 1 hora se obtienen coeficientes que determinan un buen ajuste de las curvas de temperatura. Es decir, con menos del 10% de los datos originales, se logra un resultado similar al que proporcionan aquéllos. Esto aumenta notoriamente la capacidad de almacenamiento de los equipos de adquisición de datos, lo cual es muy conveniente, sobre todo para sistemas portátiles que suelen instalarse en lugares aislados.

Por otro lado, dada las aproximaciones logradas y el orden de los errores cometidos, se aprecia la bondad del modelo térmico considerado, a pesar de su sencillez. Es importante, tanto en arquitectura como en los métodos computacionales tener estos tipo de modelos simplificados ya que proporcionan resultados manejables razonablemente.

Por último, se puede probar de extender el uso del método de ajuste a otros tipos de sistemas pasivos, por ejemplo de deshumidificación, de secado, etc., como así también, haciendo un análisis detallado de los coeficientes obtenidos, calcular a partir de ellos masas o resistencias térmicas.

Referencias

1. "Parameter estimation in passive solar structures"
D.V. Pryor, P.J. Burns and C.B. Wim.
Proc. 5th Ann. Passive Solar Conf.,
Amherst, Mass. October 1980.
2. "Applied Regression Analysis"
N.R. Draper and M. Smith Cap. 2 - John
Wiley & Sons, Inc. New York.
3. "Construcción y monitoreo de un invernáculo y local adyacente con calefacción auxiliar por poza solar"
Lesino, G., Saravia, L., Castro Padula, L., Blasco, D. y Hannecke, G.A.
Actas de la 8a. Reunión de Trabajo de ASADES, La Pampa 1983.

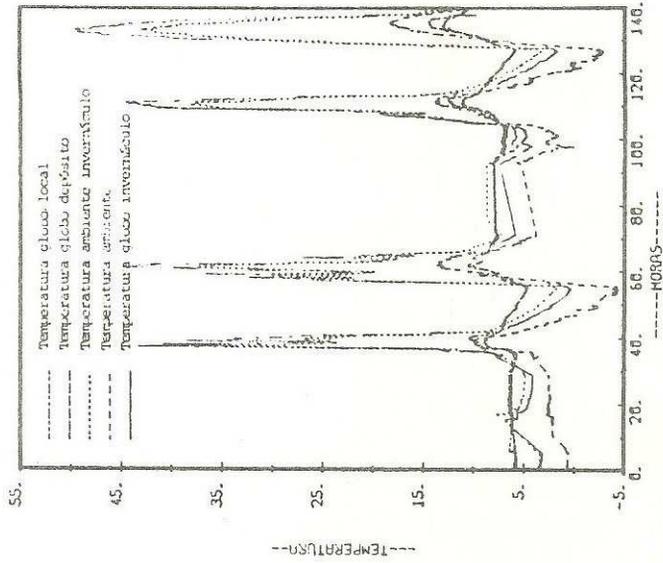
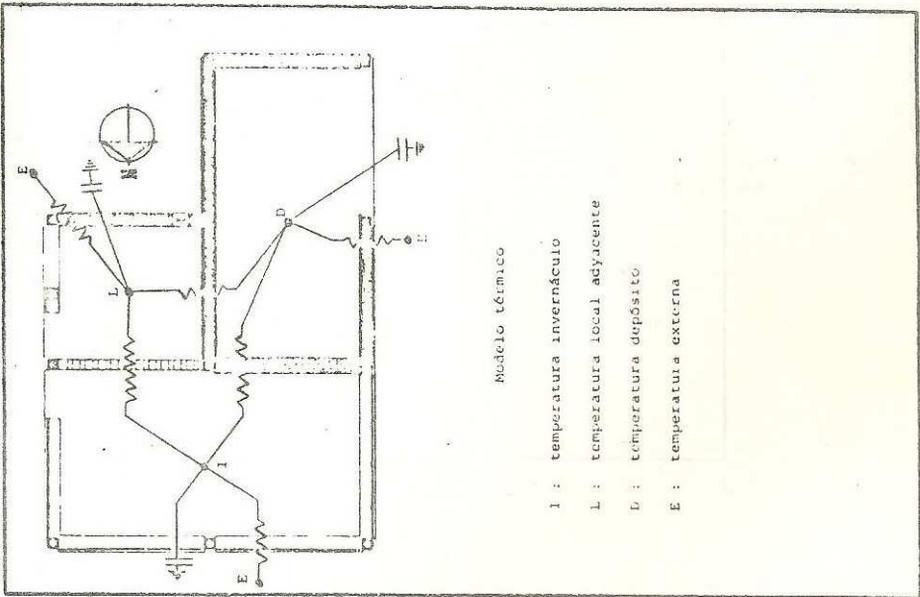


Fig. 1 : Temperatura de los locales: Datos tomados cada 5 minutos

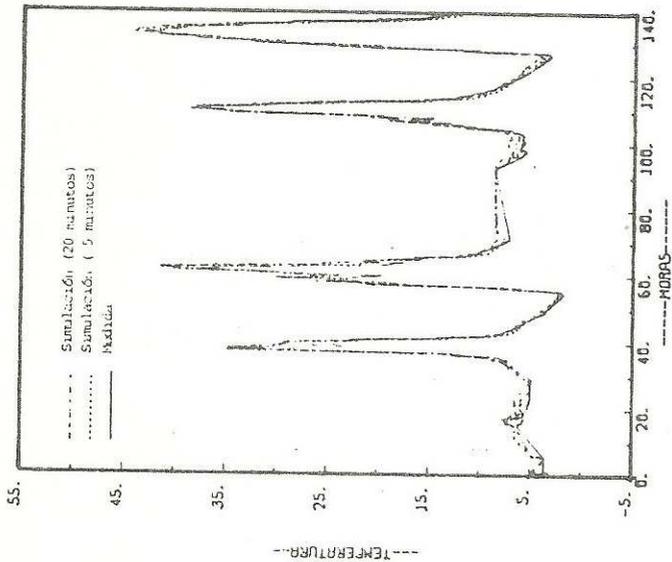


Fig. 4: Temperatura de Invernáculo
 En línea llena: Temperaturas medidas
 En punteado: Temperaturas simuladas, con coeficientes calculados cada 5 y 20 minutos.

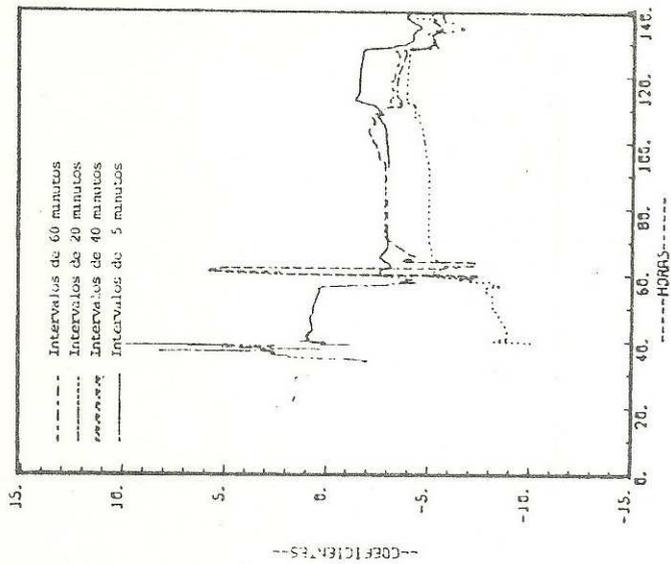


Fig. 3 : Evaluación de N parámetro b11: Invernáculo-local.
 Las distintas curvas corresponden a distintos intervalos de tiempos utilizados durante el cálculo.

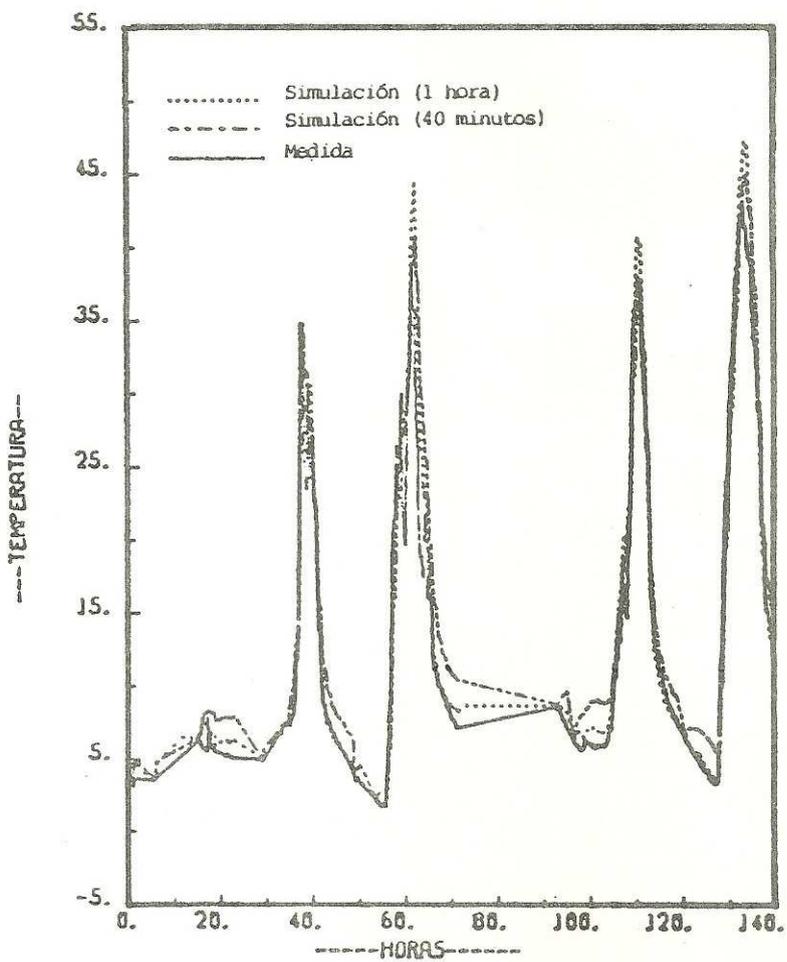


Fig. 5 : Temperatura de invernáculo
 En línea llena: temperaturas medidas
 En punteado: temperaturas simuladas con coeficientes calculados cada 40 minutos y 1 hora.

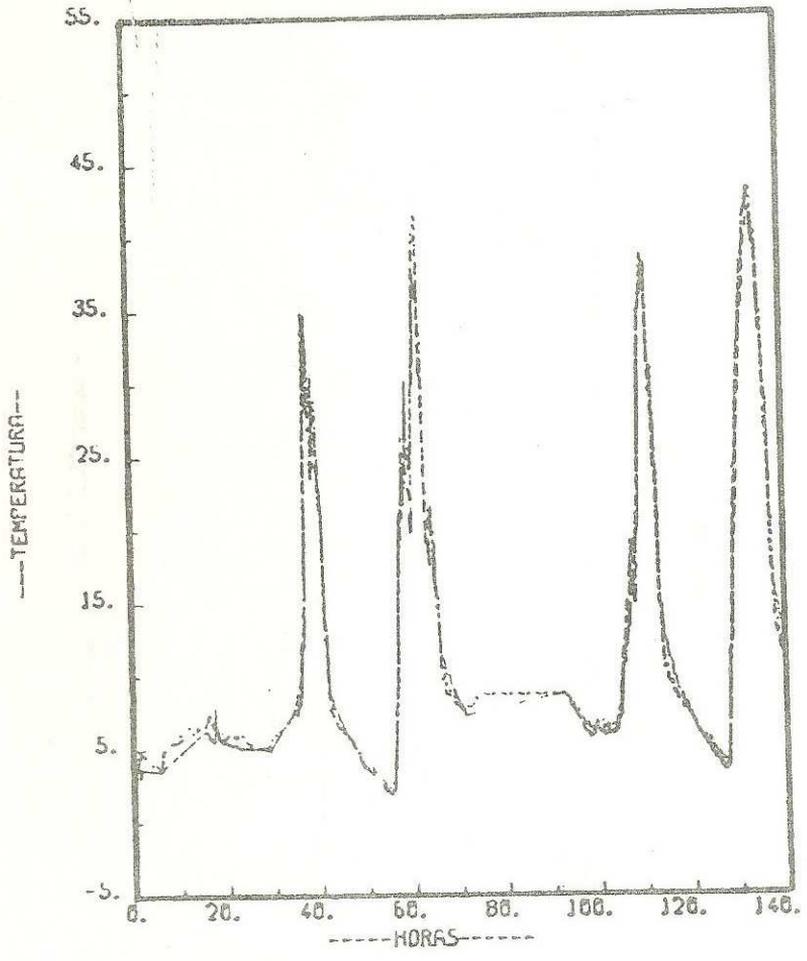


Fig. 6 : Comparación de temperaturas simuladas con coefi
cientes calculados con 300 datos y 1300 datos.