

## CONVECCION NATURAL BIDIMENSIONAL EN LAZOS CONVECTIVOS :ESTADO DE AVANCE

Luis Cardón \* e Irene De Paul  
INENCO # ,Universidad Nacional de Salta  
Buenos aires 177 - 4400 Salta RESUMEN

Se estudia la convección natural bidimensional en cavidades y lazos convectivos formados en ellas por la presencia de obstáculos. Se analiza la geometría rectangular con obstáculo interno y la misma con un borde superior oblicuo con y sin obstáculo interno. Las condiciones de borde consideran los casos a) de temperaturas laterales conocidas y bordes superior e inferior adiabáticos b) perímetro adiabático y borde superior oblicuo con flujo de calor de tipo radiativo.

En ambos casos se mantiene el obstáculo interno a temperatura conocida.

El procedimiento numérico empleado resuelve los campos de temperatura y vorticidad con el método implícito de las direcciones alternantes y la función corriente mediante sobrerelajación sucesiva.

Se presentan los resultados gráficamente como isotermas y líneas de corriente.

### INTRODUCCION

En un trabajo precedente (1) se propuso el uso de sumideros naturales de energía, tales como bajas temperaturas ambientales y radiación nocturna, propias de las zonas altas y áridas como la Puna Argentina, para la refrigeración de cámaras destinadas a la conservación de propiedades genéticas de semillas.

El diseño consiste en una cámara interna donde se alojan las semillas y en cuya envolvente se dispone el líquido refrigerante que congelara a la temperatura a la cual se desea mantener las semillas. Esta cámara está separada del suelo, de la envolvente externa y del techo, creando una vía para la circulación de aire alrededor de ella. La envolvente

externa esta aislada del exterior excepto el techo que es de chapa metálica. El funcionamiento previsto es el siguiente: durante el día el techo se encuentra a temperatura superior a la de la cámara interna. Si bien se espera que haya estratificación en la temperatura del aire, un sistema de compuertas se cierra para evitar que se establezca eventualmente un lazo convectivo. De todos modos por conducción y radiación una

parte del líquido refrigerante congelado se funde, manteniendo su temperatura constante mientras se produce el cambio de fase.

Durante la noche las compuertas se abren y las bajas temperaturas ambientales y de cielo enfrían el techo radiante por debajo de la temperatura de cambio de fase del líquido refrigerante a la cual se encuentra la cámara interna. Esta diferencia de temperatura permite establecer un lazo convectivo alrededor de la cámara interior, extrayendo calor del líquido que de esta forma se congela nuevamente. La fig. 1 muestra un esquema del diseño.

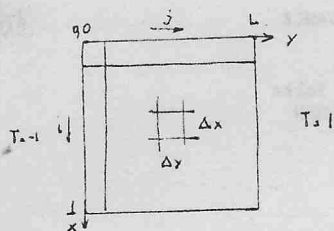
El objeto del trabajo es plantear las ecuaciones dinámicas para el aire en el recinto y por medio de una simulación numérica estudiar el comportamiento del sistema en su estado transitorio y de régimen. Para esto se plantean las ecuaciones en un sistema geoméricamente simple, con distintas condiciones de borde, y luego en etapas de complejidad creciente, se resuelve el diseño formulado mas arriba.

### METODO DE RESOLUCION

Se supone que el flujo en la cavidad cuadrada es bidimensional, con lo cual las ecuaciones que gobiernan el sistema pueden expresarse en términos de la vorticidad  $S$  y la función corriente  $\Psi$ . Con una adecuada adimensionalización se reducen al siguiente sistema ( fig. 2 )

\* Becario CONICET

# Instituto UNSA CONICET



$$\alpha = -\left(\frac{U_{i,T,1}}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta y^2}\right) \quad \delta = \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{U_{i,T,1}}{2\Delta x}\right)$$

$$\beta = 2\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta y^2}\right) \quad \epsilon = 2\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta x^2}\right)$$

$$\gamma = \left(\frac{U_{i,T,1}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2}\right) \quad \phi = \left(\frac{1}{\Delta x^2} - \frac{U_{i,T,1}}{2\Delta x}\right)$$

$$\chi = Gr/4\Delta y$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + U \frac{\partial S}{\partial x} + V \frac{\partial S}{\partial y} = \frac{Gr}{2} \frac{\partial T}{\partial y} + \nabla^2 S \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \nabla^2 T \quad (2)$$

$$\nabla^2 \psi = -S \quad (3)$$

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad ; \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (4)$$

Condiciones iniciales

$$t=0 \quad 0 \leq x \leq L \quad 0 \leq y \leq 1: \quad S=0, T=0, \psi=0$$

Formalmente, las ecuaciones 1 y 2 son las mismas, salvo el termino de acoplamiento termico, por lo tanto se pueden resolver con el mismo método. El método de las direcciones alternantes (2) empleado en la resolución discretiza las ecuaciones en el espacio y el tiempo y resuelve el avance temporal en dos etapas: se divide el intervalo de tiempo dt en dos y se calcula el valor de la variable ( T o S ) en un tiempo intermedio  $t_2 = t_1 + dt/2$ , y se barre el campo en la dirección X obteniéndose sistemas de ecuaciones implícitos en Y, uno por cada una de las líneas barridas. A partir de estos valores, se calcula T o S en el instante  $t_3 = t_1 + dt$ , barriendo ahora en la dirección Y y resolviendo sistemas de ecuaciones implícitas en X.

Así para cada dirección se obtiene un sistema de ecuaciones ( una ecuación para cada punto de la red ) cuyas incógnitas son las variables T o S en el tiempo de cálculo correspondiente.

Implícito en Y

$$\alpha T_{i,j+2} + \beta T_{i,j+1} + \gamma T_{i,j} = \delta T_{i,j-1} + \epsilon T_{i,j} + \phi T_{i,j+1} + \chi (T_{i,j+1} - T_{i,j-1})$$

$$\alpha S_{i,j+2} + \beta S_{i,j+1} + \gamma S_{i,j} = \delta S_{i,j-1} + \epsilon S_{i,j} + \phi S_{i,j+1} + \chi (T_{i,j+1} - T_{i,j-1})$$

$$\epsilon S_{i,j+1} + \phi S_{i,j+1} + \chi (T_{i,j+1} - T_{i,j-1})$$

Implícito en X

$$a T_{i-1,j} + b T_{i,j} + c T_{i+1,j} = d T_{i,j-1} + e T_{i,j} + f T_{i,j+1}$$

$$a S_{i-1,j} + b S_{i,j} + c S_{i+1,j} = d S_{i,j-1} + e S_{i,j} + f S_{i,j+1} + g (T_{i,j+1} - T_{i,j-1})$$

$$a = -\left(\frac{U_{i,T,1}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2}\right) \quad d = \left(\frac{1}{\Delta y^2} + \frac{V_{i,T,1}}{2\Delta y}\right)$$

$$b = 2\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{\Delta x^2}\right) \quad e = 2\left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta y^2}\right)$$

$$c = \left(\frac{U_{i,T,1}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2}\right) \quad f = \left(\frac{1}{\Delta y^2} - \frac{V_{i,T,1}}{2\Delta y}\right)$$

$$g = Gr/4$$

En la resolución de estos sistemas se recurre a una subrutina general que emplea el método de Thomas para resolver sistemas de ecuaciones implícitas.

Una vez calculada la vorticidad S en el nuevo instante de tiempo  $t_3$  se discretizan las ecuaciones 3 y se resuelven por el método sobrerrelajación sucesiva, obteniéndose PSI en  $t_3$ . Con estos valores se calculan las componentes de velocidad U y V en el nuevo instante de tiempo discretizando la ecuación 4.

Todas las variables calculadas, T, S, PSI, U y V se tomarán como condiciones iniciales para el cálculo del siguiente intervalo de tiempo.

CONDICIONES DE BORDE

En las ecuaciones primera y última de los sistemas que quedan planteados en la resolución de S y T se incorporan los valores de estas variables en los bordes, y deben ser tratadas de distinta manera según el tipo de condición de borde que se emplee.

La vorticidad en los bordes se calcula siempre a partir de la ecuación 3, empleando un desarrollo en serie de Taylor hasta el tercer orden de la función PSI. Para las temperaturas se presentan distintas situaciones.

- 1 ) Borde a temperatura conocida: en este caso uno de los términos de la ecuación es un dato conocido y se debe incorporar al término independiente. El campo de temperatura se resuelve para puntos interiores, fig. 3 a.
- 2 ) Borde adiabático: en este caso la temperatura en el borde no se conoce y se calcula empleando el método de reflexión, fig. 3b.3.
- 3 ) Borde con flujo de calor conocido, fig 3c.
- 4 ) Borde radiante, fig. 3d.

El programa desarrollado contempla todas estas posibilidades en un conjunto de subrutinas generales que permiten modificar los coeficientes y términos independientes en los sistemas según el tipo de borde que corresponda.

La TABLA I esquematiza las condiciones de borde analizadas y muestra como se modifica la primera ( o última ) ecuación para los distintos casos. En ella, las líneas gruesas marcadas con B representan el borde, que se marcará con un círculo lleno cuando la temperatura es conocida, con rayas inclinadas cuando es el caso de adiabaticidad y con una flecha en los casos de flujo de calor conocido explícita o implícitamente. Los círculos vacíos son las variables a calcular en la dirección en que el sistema es implícito y la flecha vertical indica el índice de la variable sobre la cual debe escribirse la primera ecuación.

El cálculo de los casos borde a temperatura conocida y adiabáticos fueron explicados en nuestro trabajo precedente. Para obtener la primera ecuación en el caso de flujo de calor conocido se discretiza la ecuación de la condición de borde y se introduce en la forma general de la primera ecuación del sistema.

En el caso de borde radiativo es necesario linealizar primero la condición de borde que en las variables primitivas es

$$-k \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \tau \epsilon \gamma (\theta^4 - \theta_c^4)$$

$$\epsilon = \left( \gamma_{e1} + \frac{1}{\gamma_{e2}} - 1 \right)^{-1}$$

linealizando

$$-k \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \tau \epsilon \gamma \theta^3 (\theta - \theta_c)$$

con  $\bar{\theta} =$

introduciendo las variables adimensionales  $T = \theta - \theta_c / \theta_c$  y  $N = \eta / L$  la ecuación anterior se reduce a

$$\frac{\partial T}{\partial N} = K_T T$$

La fig. 4 esquematiza los casos en que las condiciones de flujo es adiabático o radiativo.

GEOMETRIA DEL SISTEMA

La primera modificación planteada a la geometría del sistema consiste en la introducción de un obstáculo a temperatura constante en la cavidad cuadrada, que simule la cámara interior. En este caso se divide el campo en zonas como se muestra en la fig. 5 y se resuelve el sistema en cada una de ellas, de la misma manera que se propuso anteriormente, con las condiciones de borde que correspondan.

El siguiente paso incorpora el techo inclinado sin obstáculo interior, fig. 5, y se resuelve el sistema de la misma manera incorporando una nueva subrutina que permite ubicar la condición de borde en la posición correspondiente.

Por último se resuelve el sistema para la configuración mostrada en la fig. 5, que tiene en cuenta el obstáculo inclinado.

RESULTADOS

Los resultados se presentan en forma gráfica como isotermas y líneas de corriente para instantes durante el transitorio y el estado estable. Se ha calculado las isotermas y líneas de corriente para una cavidad cuadrada con bordes superior e inferior aislados, izquierdo y derecho a temperaturas -1 y 1 respectivamente, con un obstáculo interno también cuadrado a temperatura 0. Inicialmente el sistema esta en equilibrio a T=0 y se resuelve con una red espacial de 20\*20 puntos ( DX=DY=.05 ) y un paso en el tiempo Dt = .001. Los números de Grashof y Prandtl usados fueron de 20000 y .733 respectivamente, este último correspondiendo al aire.

Para la cavidad oblicua se han usado los mismos parámetros con una red de 30\*15 puntos. La fig 6 muestra los resultados obtenidos en una cavidad con el borde superior inclinado 45 grados. Este y el borde inferior son adiabáticos y los bordes izquierdo y derecho como en el caso anterior. En el caso analizado no se incluye obstáculos internos.

El paso de tiempo es N=10 y los valores de las isotermas de izquierda a derecha son -.8, -.6, -.2, -.1, 0, .1, .2, .4, .6, .8 mientras

que los valores de las líneas de corriente de adentro hacia afuera son .1,.2,.3,.5,1,7.El paso mostrado no corresponde todavía al estado estable.

Como en el caso de la cavidad cuadrada de nuestro trabajo precedente (1) y como en el caso anterior hasta el paso N=5 se observan pequeñas circulaciones en ambas mitades de la cavidad que luego se unen por su lado interno en común hasta formar un solo canal de circulación.

La fig. 7 muestra el mismo caso con un obstáculo interior para varios niveles de tiempo, estos con sus valores para las isotermas y líneas de corriente se dan a continuación

- N=1 líneas de corriente 0, .1, .15
- N=5 isotermas - .8, -.4, -.2, -.1, 0, .1, .2, .4, .8
- N=5 líneas de corriente .1, .2, .3, .4, .45
- N=10 isotermas - .8, -.6, -.4, -.2, -.1, 0, .1, .2, .4, .6, .8
- N=10 líneas de corriente 0, .1, .3, .5, 1, 1.3
- N=20 isotermas igual
- N=20 líneas de corrientes 0, .1, .3, .5, 1, 1.5, 2.2
- N=60 isotermas las mismas
- N=60 líneas de corriente 0, .1, .3, .5, 1, 2.2.5
- N=100 isotermas las mismas
- N=100 líneas de corriente 0, .1, .3, .5, 1, 2, 2.5

En el caso en análisis se observan las pequeños vórtices durante los primeros pasos para luego dar paso a un flujo más desarrollado.

La mínima diferencia que se observan entre los pasos 60 y 100 indica que ya se puede considerar a este último y aún al primero como en el estado estable. Es de notar que las líneas de corriente de .1, .3, .5 que predominan en la región inferior del recinto permanecen constantes a partir del paso 20 y se unen con dificultad en el ducto inferior indicando que la configuración analizada no es buena para el establecimiento del lazo convectivo. Comparando estos resultados con los del caso cuadrado en que parece formarse el lazo convectivo más fácilmente, podemos suponer que esto ocurre debido a que la amplia cavidad superior provista por el techo elevado proporciona un camino más fácil para el establecimiento de la circulación.

A la fig 8 en la que se muestra un caso similar con un obstáculo mas grande para N=100 isotermas como las anteriores y líneas de corriente 0, .1, .3, .5, 1, 1.3, 1.7, puede aplicarse el mismo análisis.






**CONCLUSIONES**

En el presente trabajo se busco desarrollar un programa modular de manejo ágil y adaptable a diferentes configuraciones y condiciones de borde con el objeto de tener una herramienta de análisis de distintas situaciones en las que intervienen flujos convectivos. Creemos que este objetivo ha sido alcanzado dentro de de las limitaciones que impone el manejo de memoria del lenguaje BASIC usado.

Los programas se desarrollaron en dos versiones. Una para trabajar en la modalidad BASIC interpretativo con salida numérica y gráfica por pantalla o impresor a medida que se ejecutan los cálculos y otra para trabajar en BASIC compilado, que archiva los resultados para su posterior lectura y análisis. La limitación de memoria mencionada estriba no en las computadoras usadas sino en la versión de BASIC usada que sólo direcciona 64K de memoria. Versiones más actualizadas del lenguaje dimensionan toda la memoria. En los casos presentados en este trabajo con redes de 400 y 450 para los casos rectangular y oblicuo, respectivamente, se ocupan los casi 64K disponibles.

La tabla III muestra los tiempos de ejecución de algunas corridas realizadas.

TABLA III

CONFIGURACION PROGRAMA	RED	COMPUTADORA MODO	TIEMPO/PASO
	GRAFICO	20*20 WANG-BASIC	8 MIN
	ARCHIVO	20*20 BUSINESS-PRO BASIC COMP.	43.32 SEG
	ARCHIVO	20*20 BUSINESS-PRO BASIC COMP. + TURBO	34.31 SEG
	ARCHIVO	10*10 WANG-BASIC	3 MIN 11 SEG
	ARCHIVO	10*10 BUSINESS-PRO BASIC	2 MIN 55 SEG
	SALIDA GRAFICA POR PANTALLA	WANG	3 MIN 5 SEG
	SALIDA GRAFICA POR IMPRESOR	WANG	5 MIN 55 SEG

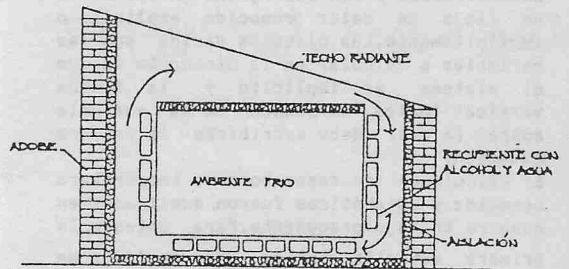


Fig. 2

TABLA I

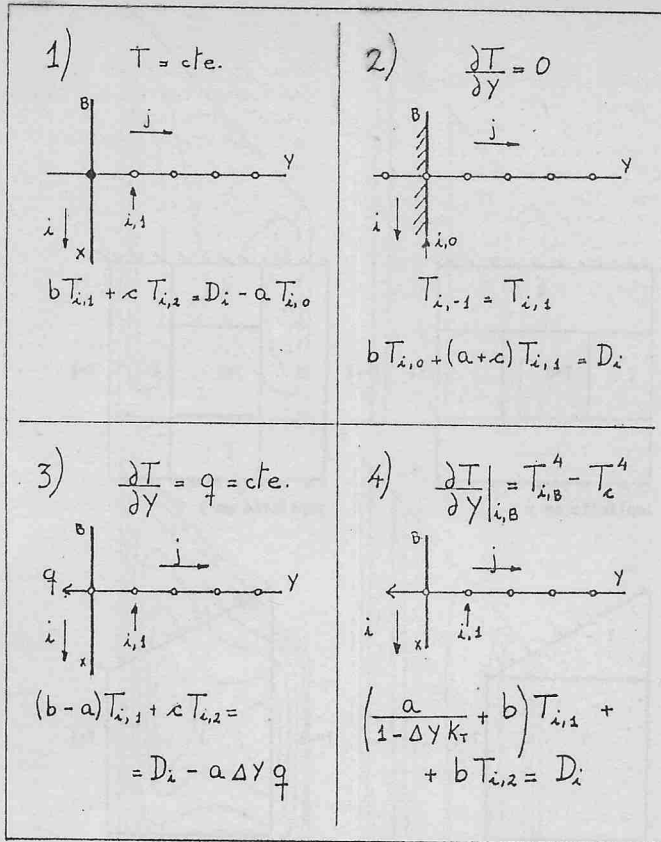


FIG. 3

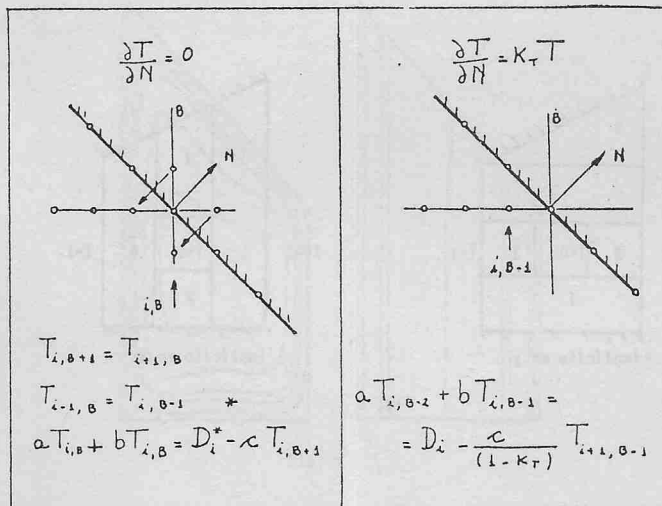


FIG. 4

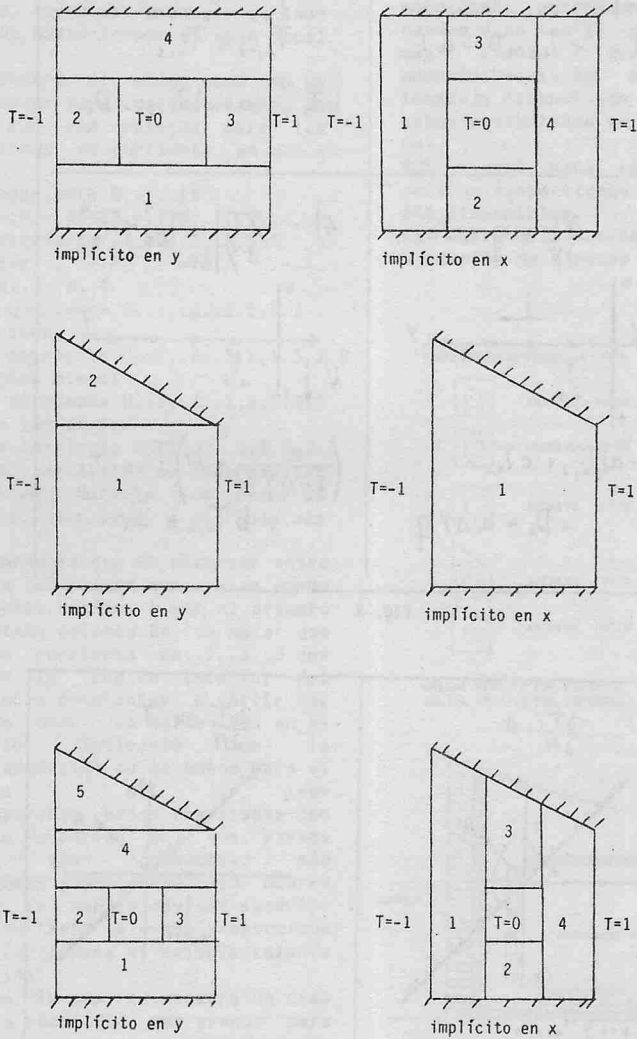


Fig. 5



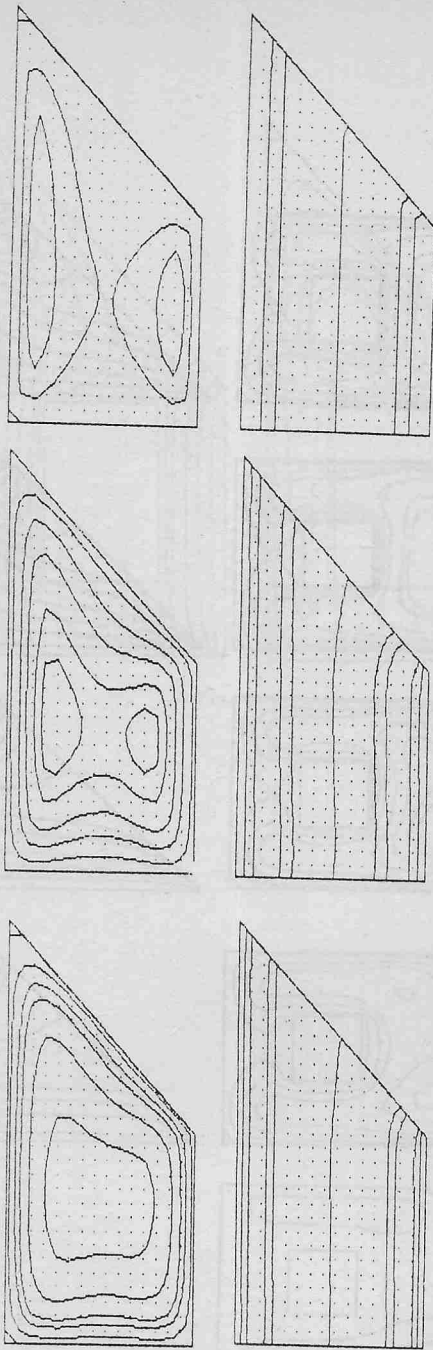


Fig. 6

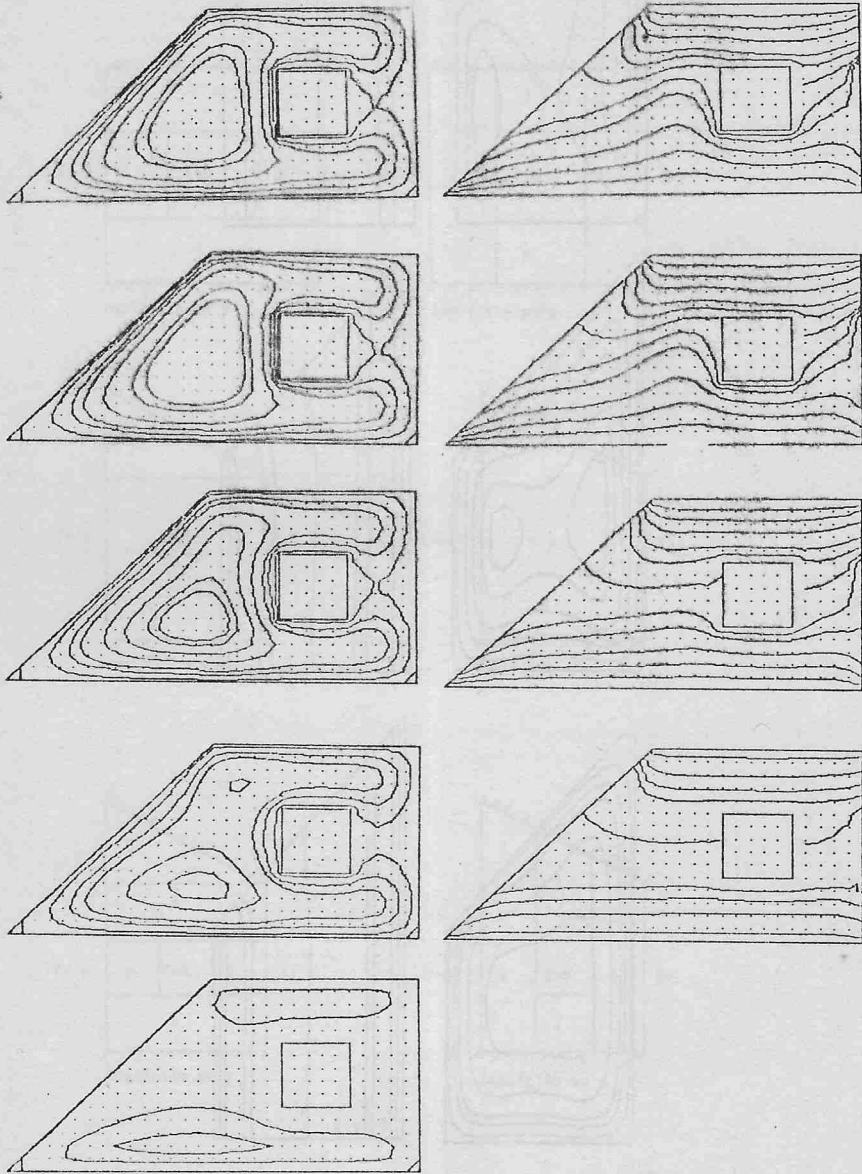


Fig. 7



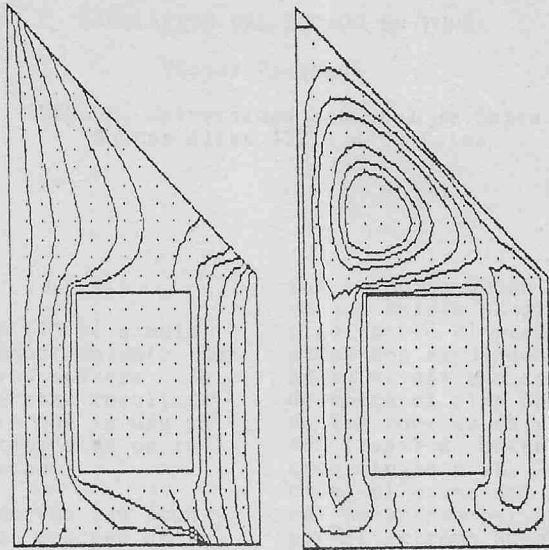


Fig. 8