

ESTIMACION DE LOS VALORES MEDIOS MENSUALES DE RADIACION SOLAR
SOBRE SUPERFICIES INCLINADAS

Alfredo T. Rapallini*

Grupo de Energía Solar, Comisión Nacional de Est. Geo-Heliofísicos

Resumen

En este trabajo se describe el método seleccionado, luego de una revisión bibliográfica, para estimar radiación solar sobre superficies inclinadas, generalizando a todas las orientaciones. Se propone una forma de tabulación que, al incluir la radiación solar incidente en días claros, la hace más útil para proyectistas de sistemas solares y arquitectos.

Abstract

This paper describes the selected method, after a bibliographic review, to estimate solar radiation on surfaces arbitrarily oriented. It is also described a format of calculated data presentation that includes clear days solar radiation data, making it more useful for designers of solar systems, architects or heating and cooling engineers.

Introducción

Para proyectar y diseñar toda instalación solar es imprescindible conocer la disponibilidad de energía. En nuestro país no se ha medido sistemáticamente la radiación solar salvo en contadas ocasiones y, en la mayoría de ellas, sobre períodos de tiempo muy cortos. Si bien la instalación de una red solarimétrica nacional ya está en marcha, por el momento en la generalidad de los lugares debe estimarse la energía disponible utilizando fórmulas empíricas y modelos, siendo fundamental definir la base de tiempo sobre la que se desea conocer estos valores pues, por regla general, cuanto mayor sea la base menores serán las diferencias entre los valores estimados y los medidos. En las publicaciones especializadas se describen métodos que permiten, según sus autores, estimar la radiación media mensual con un error inferior al 10%. El problema se complica enormemente y los resultados son mucho más inciertos cuando se pretende obtener, por ejemplo, la variación horaria de la radiación solar global.

La información que se obtiene de las redes de medición de radiación solar o mediante la utilización de algunos de los métodos de estimación no es útil de por sí al proyectista o analista de instalaciones solares; en general dispondrá de la energía incidente sobre un plano horizontal y los colectores raramente están ubicados en esa posición. El problema es entonces como, partiendo de la radiación solar global sobre plano horizontal, calcular o estimar la energía incidente sobre una superficie orientada en forma arbitraria.

*Actualmente Jefe de la Div. Energía Solar del Depto. Energía No-Convencional de la Comisión Nacional de Investigaciones Espaciales

En principio parecería que no es necesario generalizar a todas las orientaciones, pues siempre se tratará que un dispositivo o receptor solar reciba la máxima energía. Pero no debe olvidarse que, por ejemplo, para el diseño de edificios es necesario el conocimiento de las cargas térmicas externas a fin de dimensionar aislaciones, aberturas y equipos de acondicionamiento ambiental; como los muros podrán tener orientaciones cualesquiera habrá que disponer de algún método que cubra todas las posibilidades.

El objeto de este trabajo ha sido, precisamente, el desarrollo de un programa de cálculo que permita la estimación de la radiación solar incidente sobre un plano arbitrariamente orientado, partiendo de la radiación solar global sobre plano horizontal. Para esto se hizo una revisión de los diferentes modelos propuestos, seleccionando aquél que mejor se prestaba al desarrollo de un programa de computadora y permitiera su generalización a todas las direcciones.

Ejes de Referencia

Para definir la posición del sol utilizaremos una terna geocéntrica caracterizada por los versores \bar{N} , \bar{M} y \bar{B} (ver figura 1), respecto de la cual:

$$\bar{I} = \text{sen } d \cdot \bar{N} + \text{cos } w \cdot \text{cos } d \cdot \bar{M} + \text{cos } d \cdot \text{sen } w \cdot \bar{B} \quad (1)$$

En cualquier punto sobre la superficie de la tierra la orientación de un plano arbitrario podrá referirse respecto de una terna local, supuestamente caracterizada por los versores \bar{V} , \bar{S} y \bar{O} (ver figura 2), mediante la expresión:

$$\bar{n} = \text{cos } s \cdot \bar{V} + \text{sen } s \cdot \text{cos } a \cdot \bar{S} + \text{sen } s \cdot \text{sen } a \cdot \bar{O} \quad (2)$$

teniendo presente que

$$\begin{aligned} \bar{V} &= \text{sen } \phi \cdot \bar{N} + \text{cos } \phi \cdot \bar{M} \\ \bar{S} &= -\text{cos } \phi \cdot \bar{N} + \text{sen } \phi \cdot \bar{M} \\ \bar{O} &= \bar{B} \end{aligned} \quad (3)$$

se obtiene

$$\bar{n}^* = (\text{cos } s \cdot \text{sen } \phi - \text{sen } s \cdot \text{cos } a \cdot \text{cos } \phi) \cdot \bar{N} + (\text{cos } \phi \cdot \text{cos } s + \text{sen } s \cdot \text{cos } a \cdot \text{sen } \phi) \cdot \bar{M} + \text{sen } s \cdot \text{sen } a \cdot \bar{B} \quad (4)$$

donde \bar{n}^* es la normal al plano en estudio referida al sistema de coordenadas con origen en el centro de la tierra.

Ángulos de Salida y Puesta de Sol

En todo instante el ángulo formado por el vector que define la posición del sol y la normal a un plano cualquiera está definido por el producto escalar:

$$\cos \theta = \bar{n}^* \cdot \bar{I} \quad (5)$$

por lo tanto

$$\cos \theta = \operatorname{tg} d \left[\frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{tg} s \cdot \operatorname{sen} a} - \frac{\cos \theta}{\operatorname{tg} a} \right] + \cos w \left[\frac{\cos \theta}{\operatorname{tg} s \cdot \operatorname{sen} a} + \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{tg} a} \right] + \operatorname{sen} w \quad (6)$$

haciendo $\theta = 90$ y despejando w se llega a que:

$$\cos w = \frac{-A \cdot B \pm \sqrt{A^2 - B^2 + 1}}{A^2 + 1} \quad (7)$$

$$\text{donde } A = \left[\frac{\cos \theta}{\operatorname{tg} s \cdot \operatorname{sen} a} + \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{tg} a} \right] \text{ y } B = \operatorname{tg} d \left[\frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{tg} s \cdot \operatorname{sen} a} - \frac{\cos \theta}{\operatorname{tg} a} \right] \quad (8)$$

Las dos soluciones de la ecuación (7) permiten hallar los ángulos horarios para los cuales el vector posición del sol es tangente al plano, definiendo el instante en que comienza a incidir, o deja de hacerlo, radiación solar directa. A estos ángulos los denominaremos w_1 y w_2 (suponiendo $w_1 > w_2$). Si en la expresión (4) se supone que \bar{n}^* es la vertical del lugar ($s = 0$):

$$\bar{n}_h^* = \operatorname{sen} \theta \cdot \bar{N} + \cos \theta \cdot \bar{M} \quad (9)$$

haciendo el producto escalar definido en (5)

$$\cos \theta_h = \operatorname{sen} d \cdot \operatorname{sen} \theta + \cos w \cdot \cos d \cdot \cos \theta \quad (10)$$

imponiendo la condición de que $\cos \theta_h = 0$ se obtienen los ángulos de crepúsculo y amanecer

$$\begin{aligned} w_c &= \arccos \left[\operatorname{tg} d \cdot \operatorname{tg} \theta \right] \\ w_a &= -\arccos \left[\operatorname{tg} d \cdot \operatorname{tg} \theta \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Conociendo w_c , w_a , w_1 y w_2 se está en condiciones de determinar, para el plano elegido, los ángulos reales de salida y puesta de sol. Para algunos podrá haber doble salida y puesta (p.ej.: pared sur en Buenos Aires y en verano) y por supuesto en otros podrá no haber incidencia directa de radiación solar. Esta última posibilidad surge de la simple comparación de los ángulos de salida y puesta de sol con los ángulos de crepúsculo y amanecer. La primera alternativa, en cambio, exige un análisis más elaborado, debiéndose verificar que al mediodía solar ($w = 0$):

$$\cos \theta = \operatorname{sen} d \cdot (\cos s \cdot \operatorname{sen} \theta - \operatorname{sen} s \cdot \cos \theta \cdot \cos a) + (\cos \theta \cos s + \operatorname{sen} \theta \cos a \operatorname{sen} s) \cdot \cos d < 0 \quad (12)$$

para que pueda existir doble salida o puesta de sol. El paso siguiente es comprobar si el sol está o no sobre el horizonte durante el lapso en que el plano podría recibir radiación.

El proceso de selección de los ángulos horarios de salida y puesta de sol para un plano arbitrario puede resumirse en un diagrama de flujo como el de las figuras 3 y 4. Por razones de espacio se ha representado solamente la parte correspondiente al hemisferio sur. Este proceso conduce a la determinación de los límites de integración, que, a su vez, posibilitan el cálculo de la radiación solar directa incidente durante todo un día.

Radiación solar global sobre superficies inclinadas

Para la determinación de la radiación solar global sobre una superficie inclinada, aparte de la medición directa del parámetro, generalmente se utilizan fórmulas en donde se hace la suposición de que la radiación solar difusa está uniformemente distribuida en la bóveda celeste (1, 2, 3, 4). Si bien esto no deja de ser una aproximación grosera, se obtienen resultados satisfactorios cuando lo que se desea son los totales diarios medios mensuales. La expresión más utilizada es la sugerida entre otros por B.A. Einstadt (ref. 3)

$$G'_s = I'_s + D' \cdot \cos^2 s/2 + R' \cdot \sin^2 s/2 \quad (13)$$

Su uso exige el conocimiento de I'_s , D' y R' . Lamentablemente en contadas ocasiones se mide la radiación difusa y la reflejada debiéndose entonces estimar su valor. Un método de aplicación bastante generalizado (ref. 1, 5, 12) es hacer

$$G_s = Y \cdot G^* = Y \cdot K_t \cdot G_o \quad (14)$$

donde a Y se la define como la relación entre la radiación total diaria media mensual sobre una superficie horizontal y a K_t como la relación entre la radiación solar global sobre un plano horizontal y la incidente sobre ese mismo plano, en ausencia de atmósfera. Liu y Jordan proponen expresar (ref.1)

$$Y = (1 - \frac{D^*}{G^*}) \cdot Y_b + \frac{D^*}{G^*} \cdot \cos^2 s/2 + r \cdot \sin^2 s/2 \quad (15)$$

donde Y_b es la relación entre la radiación directa media mensual incidente sobre una superficie inclinada y la que llega sobre una superficie horizontal. Los mismos autores sugieren que Y_b se determine calculando estos valores de la radiación solar en ausencia de atmósfera:

$$Y_b = \frac{I_{so}^*}{I_o^*} \quad (16)$$

I_{so}^* e I_o^* se calculan integrando los valores instantáneos sobre todo el período en que hay incidencia directa de radiación utilizando la expresión:

$$I = I_c \int_{w_s}^{w_p} (\bar{I} \times \bar{n}^*) \cdot dw = I_c \int_{w_s}^{w_p} \cos \theta \cdot dw \quad (17)$$

donde los límites de integración se obtienen según el proceso descrito anteriormente. En general para un plano orientado arbitrariamente,

$$Y_b = \left[(\cos s \cdot \sin d \cdot \sin \theta)(w_p - w_s) - \sin d \cdot \cos \theta \cdot \sin s \cdot \cos a (w_p - w_s) + \cos \theta \cos d \cos s (\sin w_p - \sin w_s) + \cos d \cos a \sin \theta \sin s (\sin w_p - \sin w_s) - \cos d \sin s \sin a (\cos w_p - \cos w_s) \right] / \left[2 (\cos \theta \cos d \sin w_c + w_c \cdot \sin \theta \cdot \sin d) \right] \quad (18)$$

En los casos en que haya doble salida y puesta de sol deberá aplicarse (18) dos veces y sumar los resultados.

La relación D^*/G^* según el mismo trabajo de Liu y Jordan puede calcularse aproximadamente con:

$$\frac{D^*}{G^*} = 1,390 - 4,027 K_t + 5,531 \cdot K_t^2 - 3,108 K_t^3 \quad (19)$$

mientras que r deberá elegirse entre 0,2 y 0,7 dependiendo del tipo de suelo (ver p.ej.ref. 6 y 12).

De todo lo dicho se desprende que para poder realizar la estimación de la radiación solar diaria sobre un plano arbitrariamente orientado se debe conocer la radiación solar global sobre un plano horizontal, para poder calcular K_t , y aplicar las expresiones ya enunciadas. Cuando no se posea esa información deberá estimarse K_t utilizando alguno de los métodos propuestos en la bibliografía (ref. 2,7,8,9,10,11) y calcular la radiación diaria incidente sobre un plano horizontal, en ausencia de atmósfera, mediante:

$$G'_0 = \frac{24}{\pi} \cdot I_c \cdot \left[1 + 0,033 \cos \left(\frac{360 \cdot n}{365} \right) \right] \cdot (\cos \theta \cdot \cos d \cdot \cos w_c + w_c \cdot \sin \theta \cdot \sin d) \quad (20)$$

donde n representa el número de día del año y la declinación se determina (ref.5) con:

$$d \text{ (en grados)} = 23,45 \cdot \sin \left[360 (284 + n) / 365 \right] \quad (21)$$

Programa de cálculo y tabulación de resultados:

Por razones prácticas no se ha incluido en este trabajo el listado del programa preparado, el cual está a disposición de quien lo solicite. En las figuras 3 y 4 puede verse la parte del diagrama de flujo que describe el proceso de selección de los ángulos horarios de salida y puesta de sol. Se ha previsto la posibilidad de poder ejecutarlo tanto con datos de radiación global sobre plano horizontal como con valores de K_t , siendo las limitaciones:

latitud máxima no mayor a la correspondiente a los círculos polares e inclinación del plano a estudiar no superior a 90° .

Con la idea de facilitar la utilización de los resultados se propone presentarlos en forma de tablas, incluyendo una columna donde figure el valor diario mensual para día claro, considerado de suma utilidad para la realización de balances térmicos. (ver Tabla 1).

Como se dijera más arriba el programa necesita, para poder correrse, los valores de K_t o bien de la radiación media mensual en el lugar de interés, de-

biéndose dar su latitud y la reflectancia media del suelo. También se debe definir el paso angular con que se desea variar el azimut y la pendiente, pues el programa genera tablas similares a la 1 variando el azimut desde -180° hasta $+180^\circ$ y la pendiente desde 0° a 90° , incrementándolos según el paso elegido.

Se considera que este programa puede ser de gran ayuda tanto en un proceso de elección de orientaciones como, en el caso de estar ya definidas, para la determinación de la energía incidente sobre los planos de interés.

El modelo elegido para estimar la radiación incidente sobre planos inclinados será objeto de modificaciones ni bien se disponga de datos estadísticos que permitan mejorarlo.

TABLA 1

LATITUD = -23,4
 AZIMUT = 180
 PENDIENTE = 30
 REFLEC.MEDIA= 0,2

MES --	RAD.TEORI. KJ/M2.DIA	RAD.ESTIM. KJ/M2.DIA	DIA CLARO KJ/M2.DIA
ENERO	41909	34021	39072
FEBRERO	39531	34879	41406
MARZO	35425	34116	42718
ABRIL	29748	32554	41534
MAYO	24635	28591	38486
JUNIO	22142	23286	36466
JULIO	23142	25025	37486
AGOSTO	27336	28629	40611
SEPTIE.	32938	30592	42779
OCTUBRE	37935	31993	42185
NOVIEM.	41102	33589	39827
DICIEM.	42315	32060	38287

Referencias:

- 1 - Liu, B. y Jordan, R. The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation, Solar Energy Vol.4, N°3, pp. 1-19, 1960.
- 2 - Robinson, N., Solar Radiation, Elsevier Publishing Co. 1966.
- 3 - Einstadt, B.A. y Zuyev, M.V., Some features of the thermal balance of a sandy desert. T. of Tashkent Geophys. Obs., issue 5, 1952.
- 4 - Kondratyev, K., Radiation regimes of inclined surfaces, World Meteorological Organisation, Technical Note N° 152, Ginebra, Suiza, 1977.
- 5 - Klein, S.A., Calculation of monthly average insolation on tilted surfaces, Solar Energy, Vol. 19, N° 4, pp. 325-330, 1977.
- 6 - Hunn, B.D. y Calafell, D.O., Determination of average ground reflectivity for solar collectors, Solar Energy, Vol.19, N° 1, pp.87-90, 1977.
- 7 - Platridge, G.W. y Proctor, D., Monthly mean solar radiation statistics for Australia, Solar Energy, Vol.18, N° 3, pp. 235-244, 1976.
- 8 - Sabbagh, J.A. y otros, Estimation of the total solar radiation from meteorological datta, Solar Energy, Vol.19, N° 3, pp. 307-312, 1977.
- 9 - Hamlen, S. y Hamlen, H., A distributed lag model to predict incoming solar radiation, Solar Energy Vol. 19, No.2, pp.217-218, 1977
- 10 - Temps, Ralph y Coulson, K.L., Solar radiation upon slopes of different orientation, Solar Energy Vol. 19, No.2, pp.179-184, 1977
- 11 - Barbaro, S. y otros, Global solar radiation in Italy, Solar Energy, Vol.20, N°5, pp. 431-436, 1978.
- 12 - Duffie, J. y Beckman W., Solar energy thermal processes, John Wiley & Sons, 1974.

Simbolos:

a = azimut del plano que se estudie

d = declinación del sol

s = pendiente del plano

w = ángulo horario, define la posición del sol

w_c y w_a = ángulos horarios correspondientes al crepúsculo y al amanecer

θ = ángulo formado por la normal al plano en estudio y los rayos solares

θ_h = ángulo comprendido entre la vertical del lugar y los rayos solares

ϕ = latitud (para el hemisferio sur negativa)

I_c = constante solar

I_s = radiación solar directa sobre un plano de pendiente s

\vec{I} = vector que define la posición del sol

G = radiación solar global

G_s = radiación solar global sobre una superficie de pendiente s

G_o = radiación solar global sobre plano horizontal, en ausencia de atmósfera

$K_t = G/G_o$

$w_1, w_2, w_p, w_p^*, w_s, w_s^*, w_x, w_y, w_z, w_t$ = ángulos horarios de salida y puesta de sol y ángulos horarios límites de integración.

\vec{N}, \vec{M} y \vec{B} =versores que definen una terna geocéntrica de referencia

\vec{V}, \vec{S} y \vec{O} =versores que definen la terna local de referencia

\vec{n} = vector normal al plano en estudio, referido a la terna local

\vec{n}^* = vector normal al plano, referido a la terna geocéntrica

\vec{n}_h^* = vector normal a un plano horizontal, referido a la terna geocéntrica

' como supraíndice indica que son valores totales diarios

s como subíndice indica que el valor se refiere a una superficie inclinada

* indica que son valores medios mensuales

\bar{N} , \bar{M} y \bar{B} -son los versores que definen la terna geocéntrica de referencia

\bar{N} , tiene por origen el centro de la tierra (G) y su dirección es coincidente con el eje terrestre, adoptándose como sentido positivo el norte

\bar{M} , tiene por origen G y su recta de acción pasa por el punto en que el meridiano del lugar corta al ecuador terrestre

\bar{B} , tiene por origen a G y es normal a \bar{N} y a \bar{M}

\bar{I} , vector que define la posición del sol, siendo 'd' la declinación y 'w' el ángulo horario.

ϕ , es la latitud del lugar. Su signo es negativo para el hemisferio sur

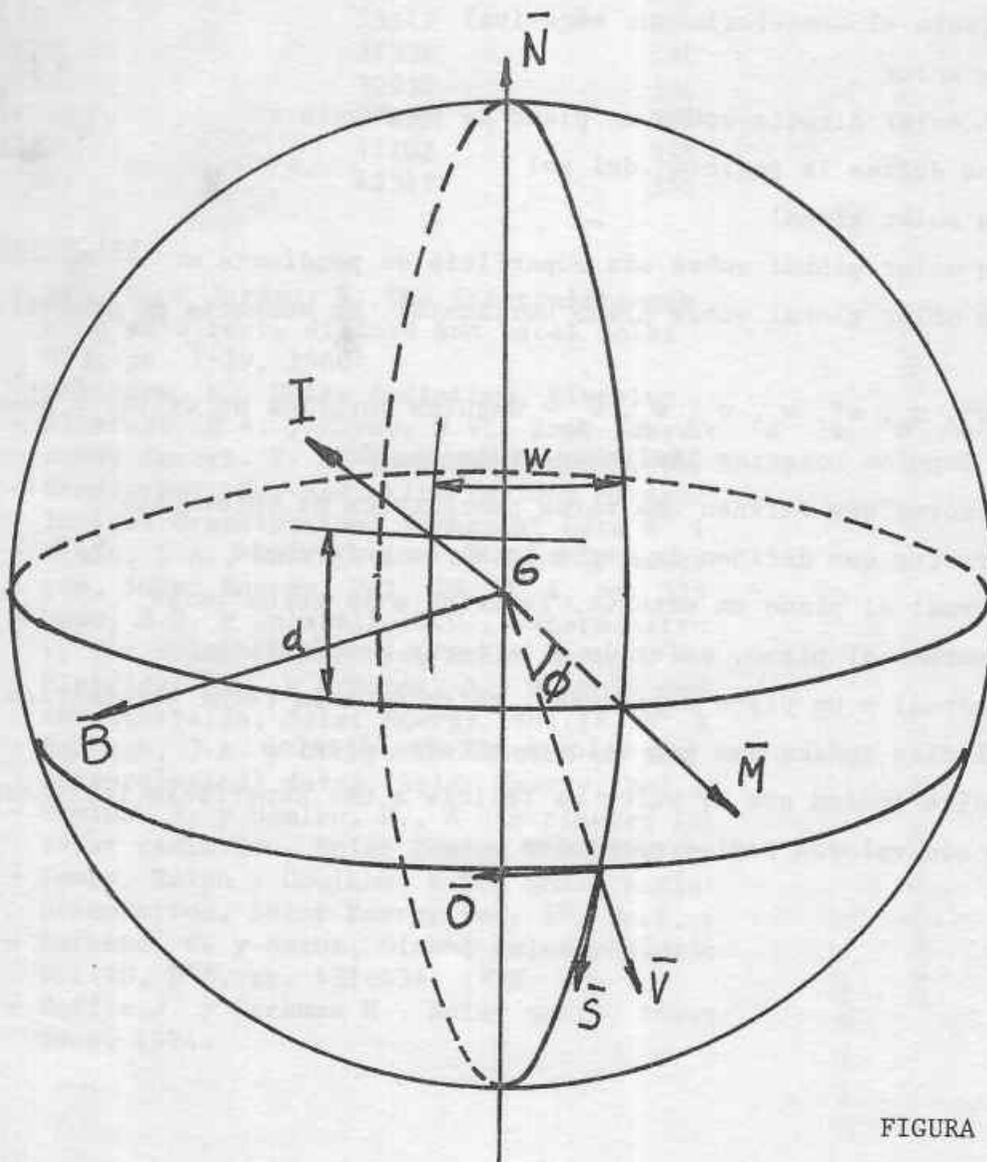
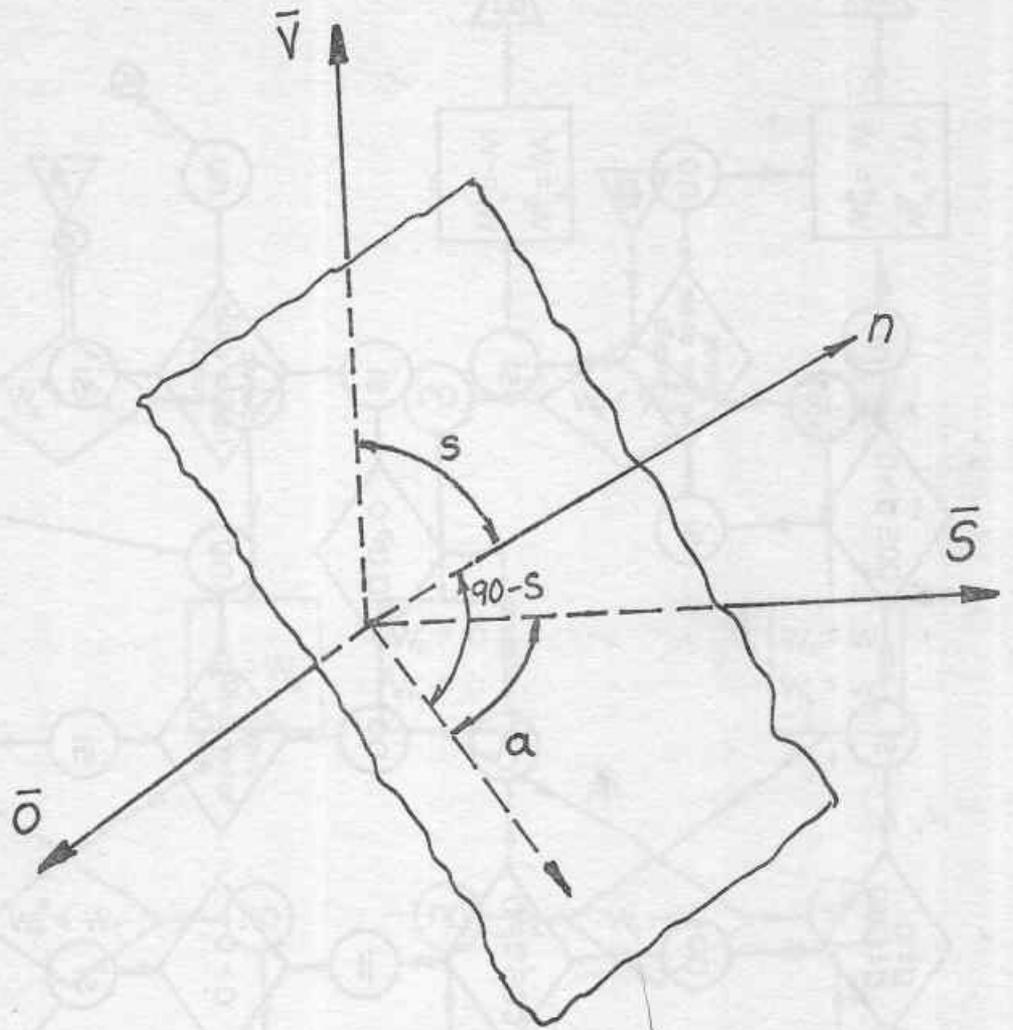


FIGURA 1



\bar{V} , \bar{S} y \bar{O} -son los versores que caracterizan la terna local respecto de la cual se define el plano a estudiar y que tiene por origen el punto de la superficie terrestre donde se efectúa el análisis
 \bar{V} -es perpendicular a la superficie terrestre y sentido positivo el saliente
 \bar{S} -su recta de acción está definida por la tangente al meridiano del lugar y su sentido positivo es hacia el sur.
 \bar{O} -es tangente a la sup. terrestre y dirección normal a \bar{V} y \bar{S} .
 s -es el ángulo formado por el plano y un plano horizontal
 a -es el ángulo formado por la proyección de la normal al plano sobre uno horizontal con la dirección \bar{S} , tomándose como positivo hacia el oeste.

FIGURA 2

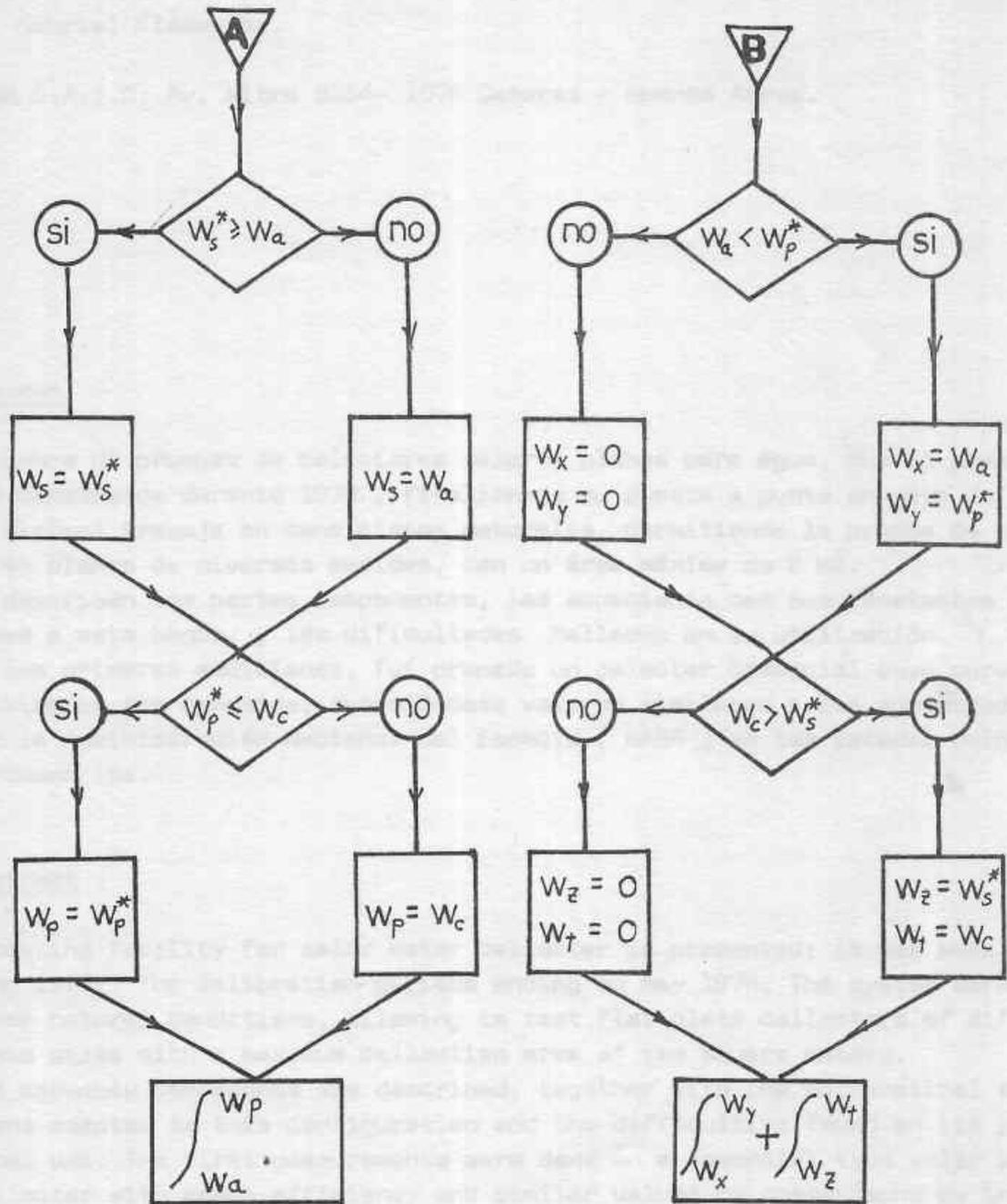


FIGURA 4