

ANÁLISIS ÓPTICO BIDIMENSIONAL DE CONCENTRADORES

CILINDRICOS NO PERFECTOS[†]

J.C. Durán y R.O. Nicolás

Comisión Nacional de Energía Atómica
Avda. del Libertador 8250- (1429) Buenos Aires

Resumen

El análisis óptico bidimensional de concentradores con simetría cilíndrica desarrollado en (1, 2) es extendido para concentradores no perfectos al considerar que la normal a cada elemento diferencial de superficie especular se aparta un ángulo ϵ de su posición correcta según una distribución gaussiana de valor medio $\bar{\epsilon}$ y desviación standard σ .

Se da el desarrollo matemático explícito del mencionado tratamiento y se lo aplica a cinco tipos de concentradores cilíndricos.

Se calcularon, para distintas épocas del año, los factores de concentración y las pérdidas geométricas para ejemplos característicos de los cinco concentradores.

Se muestran y comparan los resultados obtenidos para $\bar{\epsilon} = 0$ con $\sigma = 0$, $\sigma = 2$ mrad, $\sigma = 4$ mrad y $\sigma = 6$ mrad. Además, se dan valores característicos de las variaciones del factor de concentración medio y de las pérdidas geométricas en función de σ .

1.- Introducción

Un modelo realista de un concentrador solar debe tener en cuenta los apartamientos del mismo respecto del caso ideal. En el presente trabajo describimos detalladamente un análisis óptico bidimensional de concentradores cilíndricos no perfectos, el cual es una extensión de otro presentado previamente (1), sólo válido para concentradores ideales. Nos limitamos a considerar desviaciones de la normal a cada elemento de superficie especular respecto de su posición ideal según una distribución gaussiana, lo que constituye una buena aproximación para el tratamiento de concentradores reales.

El análisis se aplica a los cinco tipos de concentradores siguientes: (a) cilíndrico-parabólico; (b) fijo a espejo facetado con espejos planos (CFEF); (c) fijo a espejo facetado con espejos cóncavos (CFEFCO); (d) con espejos cóncavos giratorios sobre soporte plano (CECGPL); (e) con espejos cóncavos giratorios sobre soporte curvo (CECGCU). Los concentradores (a), (b) y (c) son los más usuales entre los de foco lineal, mientras que los dos restantes son variantes desarrolladas en este grupo de energía solar por R.P. Platzeck (3, 4).

[†] Trabajo realizado dentro del programa "Generación de electricidad por conversión fototérmica de la energía solar", parcialmente financiado con subsidio de la Secretaría de Estado de Ciencia y Tecnología.

2.- Tratamiento bidimensional

De acuerdo con lo discutido en (1), cada rayo solar se puede descomponer en una componente paralela a la línea focal del concentrador y otra perpendicular a la misma. Teniendo en cuenta que la densidad del flujo de energía de la primera componente a través del plano receptor es nula, el análisis se puede realizar considerando únicamente la componente perpendicular a la línea focal; esto equivale, en la práctica, a considerar al Sol con su centro en un plano P_t perpendicular a dicha línea, pero con un semiángulo de abertura modificado β'_0 dado por la proyección del semiángulo de abertura solar β_0 sobre P_t :

$$\beta'_0 = \beta_0 / \cos \kappa ; \quad (1)$$

donde κ es el ángulo que forma el rayo incidente proveniente del centro del Sol con el plano P_t .

Estas consideraciones permiten analizar cualquier concentrador con simetría cilíndrica desde un punto de vista bidimensional, simplificándose, en consecuencia, el cálculo.

3.- Cálculo del factor de concentración. Expresiones generales

Como extensión del desarrollo efectuado en (1, 2) calcularemos el factor de concentración puntual en el plano receptor de concentradores cilíndricos no perfectos mediante un análisis óptico en el plano P_t , con el centro del Sol, por lo recién expuesto, ubicado sobre este plano. Por razones de completitud, lo hacemos reiterando en esta sección el desarrollo en extenso dado en (2), pero incorporándole parámetros que dan cuenta de los apartamientos respecto de concentradores perfectos.

En cada punto del concentrador inciden rayos provenientes de todo el disco solar, formando un cono de semiapertura angular β'_0 con vértice en dicho punto. La intersección del cono de rayos reflejados en ese punto con el plano receptor define una elipse. Si, por simplicidad, consideramos que el disco solar tiene distribución uniforme† y, además, eliminamos los casos de incidencia casi rasante sobre el plano receptor, se puede suponer que la elipse tiene una distribución uniforme de intensidad.

El flujo de energía que incide en un elemento de superficie ds del concentrador es:

$$I'_0 \cos(\nu + \kappa) ds = I_0 \cos \kappa \cos(\nu + \epsilon) ds, \quad (2)$$

donde I'_0 es la intensidad de la radiación solar directa I_0 proyectada sobre P_t , ν el ángulo que forma el haz de rayos que proviene del centro del Sol (ubicado sobre el plano P_t) con la normal al elemento ds de un concentrador perfecto y ϵ la desviación que se presenta cuando dicho elemento pertenece a un concentrador real. Con las hipótesis anteriores y suponiendo, además, que la superficie espejada tiene una reflexión especular igual a ρ , la intensidad uniforme de la

†) Esta hipótesis no modifica significativamente los resultados.

elipse generada por los rayos reflejados en ds está dada por†:

$$I'_0 \rho \cos(\nu + \epsilon) ds / (\pi a b), \quad (3)$$

donde a y b son, respectivamente, el semieje mayor (contenido en el plano P_t) y el semieje menor (perpendicular a P_t) de la elipse. Considerando elementos ds desplazados entre sí en una dirección perpendicular a P_t (coordenada y) se obtienen elipses desplazadas entre sí en la misma dirección. Consecuentemente, en un punto dado del plano receptor (definido por la coordenada x' contenida en él) la densidad de flujo es debida a las contribuciones de elipses desplazadas entre sí en la dirección y en una longitud L igual a la de la cuerda correspondiente. Por lo tanto, una franja del concentrador de ancho dl contribuye a la densidad de flujo en el punto x' del receptor con:

$$dI_r(x', \epsilon) = I'_0 \rho L \cos(\nu + \epsilon) dl / (\pi a b), \quad (4)$$

Dado que los sistemas cilíndricos reales tienen una longitud finita, para todo $\kappa \neq 0$ una parte del receptor, a partir de uno de sus extremos, no recibe radiación alguna desde el concentrador. Si $y = 0$ define el extremo mencionado, la Ec. (4) vale para $y \geq D_{F-C} \operatorname{tg} \kappa$, siendo D_{F-C} la distancia, en el plano P_t , entre el foco del sistema y un punto genérico C del concentrador.

La longitud de la cuerda está dada por:

$$L = 2b \sqrt{a^2 - (x' - x'_0)^2/a^2}, \quad (5)$$

donde x'_0 es la coordenada x' del centro de la elipse. Reemplazando la Ec. (5) en la Ec. (4) se obtiene una expresión que no depende de b. Para calcular a y x'_0 basta conocer la intersección con el plano receptor de los rayos reflejados en ds provenientes de los bordes extremos del Sol. Si x'_1 y x'_2 son dichas intersecciones resulta:

$$a = \frac{|x'_1 - x'_2|}{2} \quad y \quad x'_0 = \frac{x'_1 + x'_2}{2}. \quad (6)$$

Dado que x'_1 y x'_2 dependen de ϵ , en general a y x'_0 son también función de ϵ .

Considerando un concentrador no perfecto, en el cual ϵ satisface una distribución gaussiana de valor medio $\bar{\epsilon}$ y desviación standard σ , la densidad de flujo en el punto x' del receptor se puede calcular promediando la Ec. (4) sobre dicha distribución:

$$dI_r(x') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} dI_r(x', \epsilon) e^{-\frac{(\epsilon - \bar{\epsilon})^2}{2\pi\sigma^2}} d\epsilon. \quad (7)$$

Finalmente, integrando la Ec. (7) sobre todo el concentrador y dividiendo ambos miembros por I_0 , se obtiene el factor de concentración puntual en función de x' . Promediando su valor sobre el ancho del receptor, se obtiene el

†) Esta expresión no tiene en cuenta la posible contribución (en general despreciable) de rayos reflejados no especularmente.

factor de concentración medio $\bar{C}(w_p)$.

4.- Cálculo del factor de concentración para cinco casos particulares

Como se vio en la sección anterior, para poder calcular a y x'_0 es necesario hallar la intersección de los rayos reflejados en el concentrador con el plano receptor. Dicha intersección es función de una apropiada coordenada ξ sobre el concentrador, de β y de ϵ , y permite calcular x_1 y x_2 si se toma $\beta = \beta'_0$ y $\beta = -\beta'_0$. Por otra parte, dado que $\beta \leq \beta'_0 \ll 1^\circ$ y que en la Ec. (7) $\exp[-(\epsilon - \bar{\epsilon})^2 / (2\sigma^2)]$ resulta no-despreciable para valores de ϵ tales que $|\epsilon - \bar{\epsilon}| \sim \sigma \ll 1$, la expresión de la coordenada $x'(\xi, \beta, \epsilon)$ de la intersección puede desarrollarse en serie de potencias de β y $(\epsilon - \bar{\epsilon})$. Esto permite analizar cualitativamente un concentrador dado disminuyendo, además, el tiempo de cálculo. En adelante consideraremos los casos prácticos de interés en los que $\bar{\epsilon} = 0$, con lo que:

$$x'(\xi, \beta, \epsilon) = x'(\xi, 0, 0) + t_\beta \beta + t_{\beta\beta} \beta^2 + t_{\epsilon\epsilon} \epsilon^2 + t_{\beta\epsilon} \beta\epsilon. \quad (8)$$

Esta expresión permite calcular a y x'_0 para cualquier tipo de concentrador cilíndrico (Ecs. (6)). Sin embargo, en el caso de concentradores facetados, dado que las facetas son en general pequeñas comparadas con la distancia focal del concentrador, es posible desarrollar $x'(\xi, \beta, \epsilon) \equiv x'(\xi_n, \eta, \beta, \epsilon)$ en serie de potencias de β , ϵ y η (coordenada, angular o cartesiana según convenga, sobre cada faceta):

$$x'(\xi_n, \eta, \beta, \epsilon) = x'(\xi_n, 0, 0, 0) + t_\eta \eta + t_\beta \beta + t_\epsilon \epsilon + t_{\eta\eta} \eta^2 + t_{\beta\beta} \beta^2 + t_{\epsilon\epsilon} \epsilon^2 + t_{\eta\beta} \eta\beta + t_{\eta\epsilon} \eta\epsilon + t_{\beta\epsilon} \beta\epsilon, \quad (9)$$

donde ξ_n define la posición del centro de la faceta n del concentrador. Teniendo en cuenta que para los concentradores considerados $x'(\xi_n, 0, 0, 0) = 0$, tomando $\beta = \beta'_0$ y $\beta = -\beta'_0$ en la Ec. (9), reemplazando en las Ecs. (6) y despreciando el término en β_0^2 se obtiene:

$$a = t_\beta \beta'_0 + t_{\eta\beta} \eta\beta'_0 + t_{\beta\epsilon} \beta'_0 \epsilon, \quad (10)$$

$$x'_0 = t_\eta \eta + t_\epsilon \epsilon + t_{\eta\eta} \eta^2 + t_{\epsilon\epsilon} \epsilon^2 + t_{\eta\epsilon} \eta\epsilon. \quad (11)$$

En concentradores facetados existen esencialmente dos tipos de errores en las superficies especulares: uno en la posición e inclinación de las facetas y otro propio de la superficie espejada de cada una de ellas. En este trabajo

+) Se consideran los casos de interés en los que $|\kappa| \leq 60^\circ$ (ver Ref. (1)).

analizamos únicamente el caso en que cada una de las facetas, consideradas perfectas, se aparta de su posición angular correcta según una distribución gaussiana. Sin embargo, utilizando un σ apropiado, las expresiones resultantes pueden considerarse una buena aproximación a los tratamientos que incluyen, además, errores en las superficies espejadas de las facetas.

A continuación damos las fórmulas de a y x'_0 (ambas a segundo orden en n , β'_0 y ϵ , despreciando el término en $\beta_0'^2$) y de $d\Omega$ para los cinco tipos de concentradores, las que reemplazadas en la Ec. (7) permiten calcular el factor de concentración puntual en el plano receptor. Los parámetros y coordenadas utilizadas en cada caso se definen en la Fig. 1. Las longitudes se expresan en unidades del radio R del cilindro directriz en los concentradores fijos (CFEF y CFEFCO) y en unidades de la distancia focal f para el resto. Es de destacar que en muchos casos prácticos, cuando los intervalos de variación de n y ϵ son suficientemente pequeños, se pueden despreciar todos los términos de segundo orden en las expresiones de a y x'_0 ; en particular, para los concentradores analizados en las próximas secciones dichos términos no influyen significativamente en los resultados.

Concentrador cilíndrico-parabólico

$$v = 0 \quad (12)$$

$$a = \frac{2\beta_0'}{\cos \theta (1 + \cos \theta)} (1 + 4\epsilon \operatorname{tg} \theta) \quad (13)$$

$$x'_0 = -\frac{4\epsilon}{\cos \theta (1 + \cos \theta)} (1 + 2\epsilon \operatorname{tg} \theta) \quad (14)$$

$$y \quad d\Omega = \frac{2}{(1 + \cos \theta) \cos(\theta + \epsilon)} d\theta \quad (15)$$

El factor de concentración puntual $C(x')$ en el plano receptor se puede escribir entonces en la forma:

$$C(x') = \frac{I_r(x')}{I_0} = \frac{2\rho \cos \kappa}{\pi \beta_0'} \int_{-\theta_{\text{máx}}}^{\theta_{\text{máx}}} \frac{1}{\sqrt{2-\sigma}} \int_{-\infty}^{\infty} \sqrt{1 - \frac{(x' - x'_0)^2}{a^2}} e^{-\frac{(\epsilon - \bar{\epsilon})^2}{2\pi\sigma^2}} d\epsilon \cos \theta \, d\theta, \quad (16)$$

donde debe tenerse en cuenta que el valor del radicando debe ser positivo (si resulta negativo o nulo la elipse correspondiente no contribuye).

Concentrador fijo a espejo facetado (CFEF)

$$\xi_n = \theta_n \quad \eta = u \quad (17)$$

$$v = \phi_0 + \theta_n/4 - 90^\circ \quad (18)$$

$$a = \frac{2 \beta'_0 \sin(\phi_0 - \theta_n/2)}{\cos(\theta_n/2)} [1 + 4\epsilon \operatorname{tg}(\theta_n/2)] - u \beta'_0 \frac{\cos(\phi_0 - \theta_n/4)}{\cos^2(\theta_n/2)} \quad (19)$$

$$x'_0 = \frac{u \sin(\phi_0 + \theta_n/4) + 4\epsilon \sin(\theta_n/2 - \phi_0)}{\cos(\theta_n/2)} [1 + 2\epsilon \operatorname{tg}(\theta_n/2)] + u\epsilon \frac{\cos(\phi_0 + \theta_n/4)}{\cos(\theta_n/2)} \quad (20)$$

$$y \quad dl = du \quad (21)$$

En general para concentradores facetados el factor de concentración queda expresado como una sumatoria sobre todas las facetas. En particular, para el CFEF

$$C(x') = \frac{2 \rho \cos \kappa}{\pi} \int_1^{\frac{u_{\max}}{u_{\min}}} \frac{1}{\sqrt{2} \pi \sigma} \int_{-\infty}^{\infty} \sin(\phi_0 + \theta_n/4) + \epsilon \frac{\sqrt{a^2 - (x' - x'_0)^2}}{a^2} e^{-\frac{(\epsilon - \bar{\epsilon})^2}{2 \pi \sigma^2}} d\epsilon du \quad (22)$$

donde u_{\min} y u_{\max} definen la zona del espejo que contribuye al flujo de energía en el plano receptor y pueden considerarse independientes de ϵ . Dichos límites se obtienen teniendo en cuenta el ancho de los espejos, las sombras y los apantallamientos entre facetas. Las expresiones para el cálculo de u_{\min} y u_{\max} , así como también los criterios para la ubicación de los espejos, pueden verse en (5).

CONCENTRADORES FACETADOS CON ESPEJOS CONCAVOS

Para los tres concentradores restantes, todos ellos facetados y con espejos cóncavos, daremos por simplicidad los coeficientes del desarrollo en serie (Ec. (9)). A partir de ellos se pueden obtener a y x'_0 en forma inmediata.

ta (Ecs. (10) y (11)). La expresión general del factor de concentración puntual para estos concentradores es la siguiente:

$$C(x') = \frac{2 \rho \cos \kappa}{\pi} \sum_n r_n \int_{\alpha_{\min}^n}^{\alpha_{\max}^n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(v + \varepsilon) \sqrt{a^2 - (x' - x'_0)^2}}{a^2} e^{-\frac{(\varepsilon - \bar{\varepsilon})^2}{2\pi\sigma^2}} d\varepsilon d\alpha, \quad (23)$$

donde r_n es el radio de curvatura del espejo n . Los límites de integración α_{\min}^n y α_{\max}^n se calculan, al igual que en el CFEF, teniendo en cuenta el ancho de los espejos, las sombras y los apantallamientos entre facetas. Las expresiones correspondientes se pueden ver en (3) para el CFEFCO, en (4) para el CECGCU y en el Apéndice para el CECGPL.

Concentrador fijo a espejo facetado con espejos cóncavos (CFEFCO)

$$\xi_n = \theta_n \quad \eta = \alpha \quad (24)$$

$$v = \phi_0 + \theta_n/4 + \alpha \quad (25)$$

$$t_\alpha = -\frac{r_n \sin(\phi_0 + \theta_n/4)}{\cos(\theta_n/2)} + t_\varepsilon \quad (26)$$

$$t_\beta = -\frac{2 \sin(\phi_0 - \theta_n/2)}{\cos(\theta_n/2)} \quad (27)$$

$$t_\varepsilon = 2 t_\beta \quad (28)$$

$$t_{\alpha\alpha} = \frac{1,5 r_n \cos(\phi_0 + \theta_n/4)}{\cos(\theta_n/2)} + 2 t_\alpha \operatorname{tg}(\theta_n/2) \quad (29)$$

$$t_{\varepsilon\varepsilon} = 2 t_\varepsilon \operatorname{tg}(\theta_n/2) \quad (30)$$

$$t_{\alpha\beta} = \frac{r_n \cos(\phi_0 + \theta_n/4) + (r_n - 8) \sin(\phi_0 + \theta_n/4) \operatorname{tg}(\theta_n/2)}{\cos(\theta_n/2)} \quad (31)$$

$$t_{\alpha\epsilon} = \frac{r_n \cos(\phi_0 + \theta_n/4)}{\cos(\theta_n/2)} + 2(t_\alpha + t_\epsilon) \operatorname{tg}(\theta_n/2) \quad (32)$$

$$t_{\beta\epsilon} = 2 t_\epsilon \operatorname{tg}(\theta_n/2) \quad (33)$$

Concentradores a espejos cóncavos giratorios (CECGPL y CECGCU)

$$\xi_n = \theta_n \quad \eta = \alpha \quad (34)$$

$$\nu = (\phi_0 + \theta_n + 90^\circ)/2 + \alpha \quad (35)$$

$$t_\alpha = t_\epsilon + r_n (\cos \zeta_n + \operatorname{tg} \theta_n \operatorname{sen} \zeta_n) \quad (36)$$

$$t_\beta = - (1 + \operatorname{tg}^2 \theta_n) (1 - z_n) \quad (37)$$

$$t_\epsilon = 2 t_\beta \quad (38)$$

$$t_{\alpha\alpha} = t_{\epsilon\epsilon} + r_n [\operatorname{sen} \zeta_n \{2 (1 + \operatorname{tg}^2 \theta_n) - 0,5\} + 0,5 \operatorname{tg} \theta_n \cos \zeta_n] \quad (39)$$

$$t_{\epsilon\epsilon} = 4 t_\beta \operatorname{tg} \theta_n \quad (40)$$

$$t_{\alpha\beta} = t_{\epsilon\epsilon} + r_n (1 + \operatorname{tg}^2 \theta_n) \operatorname{sen} \zeta_n \quad (41)$$

$$t_{\alpha\epsilon} = 2 t_{\alpha\beta} + r_n (\operatorname{tg} \theta_n \cos \zeta_n - \operatorname{sen} \zeta_n) \quad (42)$$

$$t_{\beta\epsilon} = t_{\epsilon\epsilon} \quad (43)$$

donde $\zeta_n = (90^\circ + \theta_n - \phi_0)/2$. Cabe destacar que para el CECGPL es $\operatorname{tg} \theta_n = x_n$ y $z_n = 0$, mientras que para el CECGCU, $z_n = \tau (1 - \cos \delta_n)$, donde δ_n es el ángulo definido por el espejo n , el eje del cilindro soporte y el espejo central y está relacionado con θ_n por:

$$\operatorname{tg} \theta_n = \frac{\tau \operatorname{sen} \delta_n}{\tau \cos \delta_n - \tau + 1} \quad (44)$$

5.- El programa CONCIL

El tratamiento bidimensional extendido, desarrollado en las Secs. 2-4, fue volcado en un programa de computación en lenguaje FORTRAN denominado CONCIL, el que permite calcular: (a) la distribución del factor de concentración puntual $C(x')$, (b) el factor de concentración medio en el receptor $\bar{C}(w_r)$, (c) las pérdidas geométricas en el concentrador p_c o las pérdidas geométricas totales en el concentrador p_{tc} , las cuales, además de p_c , incluyen las pérdidas generadas por la sombra proyectada por el receptor real, (d) las pérdidas geométricas en el receptor $p_g(w_r)$ y (e) las pérdidas geométricas totales $p_t(w_r)$. El programa efectúa el cálculo para fechas o ángulos de incidencia dados, obteniéndose en el primer caso los resultados para distintas horas del día (entregando el programa también los ángulos de incidencia correspondientes a cada caso). Todos los resultados que se dan en este trabajo fueron calculados utilizando el programa CONCIL.

6.- Resultados y conclusiones

Para analizar el funcionamiento de un concentrador dado y compararlo con otros así como para determinar los valores más convenientes de sus parámetros característicos, resulta útil considerar los siguientes gráficos para distintas épocas del año y distintas horas:

- (a) factor de concentración puntual $C(x')$ en función de x' : permite realizar un primer análisis cualitativo de comparación entre distintos valores de los parámetros característicos o entre distintos concentradores;
- (b) factor de concentración medio $\bar{C}(w_r)$ y pérdidas geométricas totales $p_t(w_r)$ en función del ancho del receptor w_r : esencialmente permiten seleccionar el ancho del receptor apropiado para un concentrador dado (una vez elegidos los demás parámetros característicos y conocido el valor de σ); asimismo, estos gráficos permiten realizar una comparación cuantitativa entre distintos concentradores, especialmente si se tiene en cuenta que el factor de concentración medio es el parámetro de mayor interés para el cálculo de la eficiencia del receptor (1);
- (c) factor de concentración medio $\bar{C}(w_r)$ en función de σ con distintos criterios de elección del ancho del receptor (ancho del receptor constante o pérdidas geométricas en el receptor constantes): permiten evaluar la influencia del error en la posición angular de los espejos sobre el funcionamiento del concentrador.

En el presente trabajo damos, como ejemplo, los gráficos mencionados para el caso particular de un concentrador a espejos cóncavos giratorios sobre soporte plano (CECGPL) con 31 espejos de ancho 0,05 y radio de curvatura 2,3, ambos medidos en unidades de f . Se considera al concentrador ubicado en una latitud similar a la de Buenos Aires ($\phi = 34,5^\circ S$), orientado en dirección Este-Oeste (por ser ésta la más utilizada para este tipo de concentrador) y con su plano de apertura inclinado con respecto a la horizontal un ángulo γ igual a la latitud ($\gamma = 34,5^\circ$).

En la Fig. 2 se ha graficado, para los equinoccios, $C(x')$ para distintos valores de γ al mediodía solar y a tres horas respecto del mismo. Se observa que la disminución del factor de concentración debida a σ es menor cuanto mayor es el valor de κ ; por ejemplo, para $\kappa = 0^\circ$, el máximo de

$C(x')$ disminuye $\sim 37\%$ para $\sigma = 2$ mrad y $\sim 75\%$ para $\sigma = 6$ mrad, mientras que, para $\kappa = 45^\circ$, dicha disminución se reduce a $\sim 23\%$ y $\sim 66\%$, respectivamente. Esto se debe a que un mayor valor de κ implica un mayor ancho angular efectivo del Sol, lo que trae aparejado una menor influencia del error en la posición angular de los elementos especulares sobre el ancho de la imagen en el plano receptor.

En la Fig. 3 se muestran $\bar{C}(w_r)$ y $p_g(w_r)$ en función de w_r para distintos valores de σ , al mediodía solar en los equinoccios y a tres horas respecto del mismo en los solsticios. Como se mencionó al comienzo de esta sección, estos gráficos son útiles para seleccionar el ancho apropiado del receptor, así como también para comparar cuantitativamente distintos tipos de concentradores. Dado que al disminuir el ancho del receptor aumentan simultáneamente el factor de concentración medio y las pérdidas geométricas en el receptor, la elección de dicho ancho dependerá principalmente de la temperatura de operación del receptor, la que, junto con la absorbancia y emittancia de la superficie del mismo y el valor de $\bar{C}(w_r)$, determina la eficiencia de conversión de energía solar en térmica en el receptor (1)[†]. De la figura se puede concluir que si en vez de exigir $p_g(w_r) = 0\%$ se admite $p_g(w_r) = 10\%$, $\bar{C}(w_r)$ se incrementa en $\sim 50\%$ o más, dependiendo del valor de σ .

Para analizar cómo influye el error en la posición angular de los espejos sobre el factor de concentración medio se graficó a este último en función de σ para distintos valores de w_r y de $p_g(w_r)$, al mediodía solar y a tres horas respecto del mismo en los equinoccios (Fig. 4). La disminución de $\bar{C}(w_r)$ con σ para un ancho de receptor constante (Fig. 4.a) se debe a que al crecer σ aumenta el tamaño de la imagen con lo que se incrementa el valor de $p_g(w_r)$. En cambio, al mantener $p_g(w_r)$ constante (Fig. 4.b) un aumento de σ implica un mayor ancho del receptor, resultando en consecuencia una disminución del factor de concentración medio aún mayor que en el caso anterior. A continuación damos como ejemplo algunos valores correspondientes al mediodía solar en los equinoccios. Comparando un concentrador con $\sigma = 4$ mrad con otro caracterizado por $\sigma = 0$ mrad se observa que $\bar{C}(w_r)$ disminuye: (i) $\sim 52\%$ para $w_r = 0,012$, (ii) $\sim 23\%$ para $w_r = 0,024$, (iii) $\sim 73\%$ para $p_g(w_r) = 0\%$ y (iv) $\sim 70\%$ para $p_g(w_r) = 10\%$.

En los gráficos anteriores no se han tenido en cuenta las pérdidas producidas por la sombra que proyecta el receptor sobre el concentrador. Como ejemplo de la influencia de ésta sobre las pérdidas totales en el concentrador, en la Fig. 5 se ha graficado p_{TC} en función del ángulo de incidencia θ_0 para tres valores del ancho a_r y la altura h_r del receptor real con su aislación incluida. Es de notar que, para a_r y h_r dados, las pérdidas producidas por la sombra del receptor no dependen de σ ni de κ . Se observa que la máxima pérdida adicional que se introduce, para los valores dados de a_r y h_r , es de $4,5\%$ y $8,5\%$ para $\theta_0 \sim 55^\circ$ reduciéndose dicho valor a 3% y $6,5\%$ para $\theta_0 = 90^\circ$.

Con gráficos del tipo de los presentados en este trabajo es posible efectuar un diseño racional del concentrador de acuerdo con la demanda que está destinado a satisfacer. Para ello es necesario realizar dichos gráficos variando los parámetros característicos del concentrador que aquí se han mantenido constantes. Es importante tener en cuenta, además, que σ es otro parámetro que debe seleccionarse, recordando que de dicha elección pue-

[†]) En rigor, la eficiencia depende también de las pérdidas por conducción y convección en el receptor.

de depender fuertemente el costo por metro cuadrado de concentrador.

Por último, como ejemplo de comparación entre distintos concentradores, en la Fig. 6 damos $\bar{C}(w_r)$ en función de σ para los cinco concentradores cilíndricos considerados. Es de destacar que no hemos encontrado en la literatura un análisis comparativo de este tipo, efectuado con un mismo método, aplicado coherentemente a varios concentradores. Para cada concentrador se han elegido valores razonables de sus parámetros característicos (no necesariamente los óptimos, ya que éstos dependen de diversos factores que deben especificarse). Con respecto al ancho del receptor, se lo eligió de manera que para cada concentrador y cada valor de σ resulte $p_q(w_r) \leq 10\%$ durante las 6 horas centradas en el mediodía solar para toda época del año. De estos gráficos se pueden obtener valores numéricos para efectuar una comparación cuantitativa. Además, se observa que, como era esperable, el error en la posición angular de los elementos especulares influye tanto más cuanto mejor es el concentrador desde el punto de vista óptico. Es interesante señalar que la calidad óptica de los concentradores que utilizan espejos cóncavos depende de ϕ_0 . A esto se debe que, en el gráfico correspondiente a 3 horas respecto del mediodía solar en los solsticios, tanto los valores de $\bar{C}(w_r)$ cuanto su variación respecto de σ se han hecho prácticamente iguales para los concentradores CFEFCO y CFEF.

Como resumen puede señalarse que para realizar un análisis económico de la utilización de concentradores para un uso específico puede tomarse como punto de partida una evaluación detallada de gráficos del tipo de los dados en este trabajo, lo cual facilita significativamente la elección del concentrador apropiado.

Agradecimientos

Agradecemos especialmente a los Doctores W. Scheuer y J. A. Moragues el haber hecho posible este trabajo, a través de su continuo apoyo y aliento, como también el haber leído el manuscrito con fructífero espíritu crítico, lo que indudablemente contribuyó a mejorar y clarificar su contenido.

APENDICE: Límites de integración para un CECGPL

Consideramos un CECGPL simétrico con $N = 2m + 1$ espejos de anchos w_n y radios de curvatura r_n , con $-m \leq n \leq m$. El caso práctico de interés corresponde a $w_n = w$ y $r_n = r$ para todo n . Para simplificar las expresiones definimos:

$$\alpha_n^0 = \arcsen(w_n/2r_n) \cong w_n/2r_n \quad (45)$$

y las funciones

$$x_n(\alpha) = x_n + r_n \operatorname{sen} \alpha \cos \zeta_n - r_n (1 - \cos \alpha) \operatorname{sen} \zeta_n \quad (46)$$

$$z_n(\alpha) = r_n \sin \alpha \sin \zeta_n + r_n (1 - \cos \alpha) \cos \zeta_n \quad (47)$$

CALCULO DE α_{mfn}^n

Si $n = -m$, es $\alpha_{\text{mfn}}^{-m} = -\alpha_0^{-m}$.

Si $n > -m$ y $z_n(-\alpha_0^n) > z_{n-1}(\alpha_0^{n-1})$, es $\alpha_{\text{mfn}}^n = -\alpha_0^n$.

Si $n > -m$ y $z_n(-\alpha_0^n) < z_{n-1}(\alpha_0^{n-1})$ valen

$$\alpha_{\text{mfn}}^n = \arcsen \left[\frac{\Gamma z_{n-1}(\alpha_0^{n-1}) + x_{n-1}(\alpha_0^{n-1}) - x_n - A}{r_n (\Gamma \sin \zeta_n + \cos \zeta_n)} \right], \quad (48)$$

donde $A = r_n (1 - \cos \alpha_{\text{mfn}}^n) (\Gamma \cos \zeta_n - \sin \zeta_n)$; $\Gamma = \cotg \phi_0$ para $\phi_0 \leq 90^\circ - \zeta_n$

y $\Gamma = -\cotg (\phi_0 + 2\zeta_n + 2\alpha_{\text{mfn}}^n)$ para $\phi_0 > 90^\circ - \zeta_n$. En ambos casos, si resulta

$\alpha_{\text{mfn}}^n < -\alpha_0^n$, es $\alpha_{\text{mfn}}^n = -\alpha_0^n$.

CALCULO DE $\alpha_{\text{máx}}^n$

Si $n = m$, es $\alpha_{\text{máx}}^m = \alpha_0^m$.

Si $n < m$ y $z_n(\alpha_0^n) < z_{n+1}(-\alpha_0^{n+1})$, es

$$\alpha_{\text{máx}}^n = \arcsen \left[\frac{\Gamma z_{n+1}(-\alpha_0^{n+1}) + x_{n+1}(-\alpha_0^{n+1}) - x_n - A}{r_n (\Gamma \sin \zeta_n + \cos \zeta_n)} \right], \quad (49)$$

donde $A = r_n (1 - \cos \alpha_{\text{máx}}^n) (\Gamma \cos \zeta_n - \sin \zeta_n)$ y $\Gamma = \cotg (\phi_0 + 2\zeta_n + 2\alpha_{\text{máx}}^n)$.

Si resulta $\alpha_{\text{máx}}^n > \alpha_0^n$, es $\alpha_{\text{máx}}^n = \alpha_0^n$.

Las Ecs. (48) y (49) se resuelven mediante un método iterativo. Teniendo en cuenta que el desarrollo presentado para el cálculo del factor de

concentración es válido a segundo orden en α , es conveniente reemplazar en las ecuaciones mencionadas $\sin \alpha$ por α y $\cos \alpha$ por $(1-\alpha^2/2)$ así como también eliminar \arcsen , a fin de utilizar el mismo orden de aproximación.

Las expresiones dadas para el cálculo de α_{\min}^n y α_{\max}^n son válidas para $\phi_0 \leq 90^\circ$; para $\phi_0 > 90^\circ$ basta considerar el ángulo suplementario e intercambiar los límites.

Referencias

1. J.C.Durán y R.O.Nicolás, Generalización del análisis óptico bidimensional de concentradores con simetría cilíndrica. Actas de la 5ª Reunión de Trabajo de la Asociación Argentina de Energía Solar (ASADES), Córdoba, Argentina (1979).
2. R.O.Nicolás y J.C.Durán, Generalization of the two-dimensional optical analysis of cylindrical concentrators. Aceptado para su publicación en Solar Energy (1980).
3. R.P.Platzeck, Utilización de elementos cilíndricos en concentradores fijos a espejo facetado. Actas de la 4ª Reunión de Trabajo de la Asociación Argentina de Energía Solar (ASADES), La Plata, Argentina (1978).
4. R.P.Platzeck, Concentrador solar cilíndrico a espejos cóncavos giratorios. Actas de la 5ª Reunión de Trabajo de la Asociación Argentina de Energía Solar (ASADES), Córdoba, Argentina (1979).
5. R.O.Nicolás et al., Concentrador cilíndrico fijo a espejo facetado para aprovechamiento de la energía solar. Publicación CNEA NT 35/78, Buenos Aires (1978).

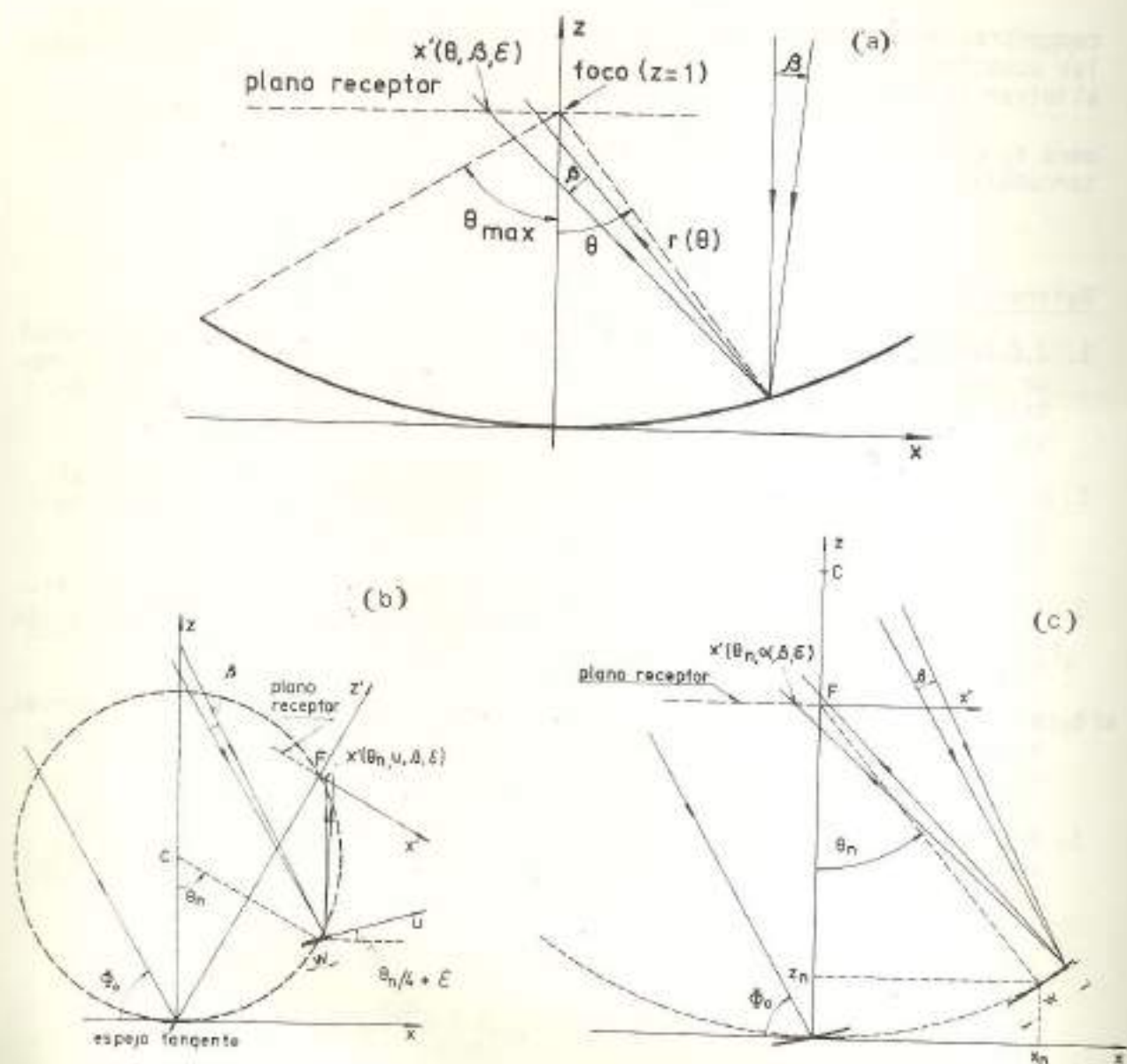


Fig. 1 : Parámetros de interés y sistemas de coordenadas que se utilizan en el análisis óptico bidimensional de los siguientes concentradores: (a) cilíndrico-parabólico, (b) fijo a espejo facetado con espejos planos (CFEF) o cóncavos (CFEFCO) y (c) a espejos cóncavos giratorios sobre soporte plano (CECGPL) o curvo (CECGCU). En este último, C es el eje del cilindro soporte cuyo radio es r ; en el caso del CECGPL dicho radio es infinito y, en consecuencia, $z_n = 0$ para todo n . En los concentradores facetados con espejos cóncavos se define una coordenada angular α sobre cada espejo de radio r_n , medida desde el centro de curvatura del mismo.

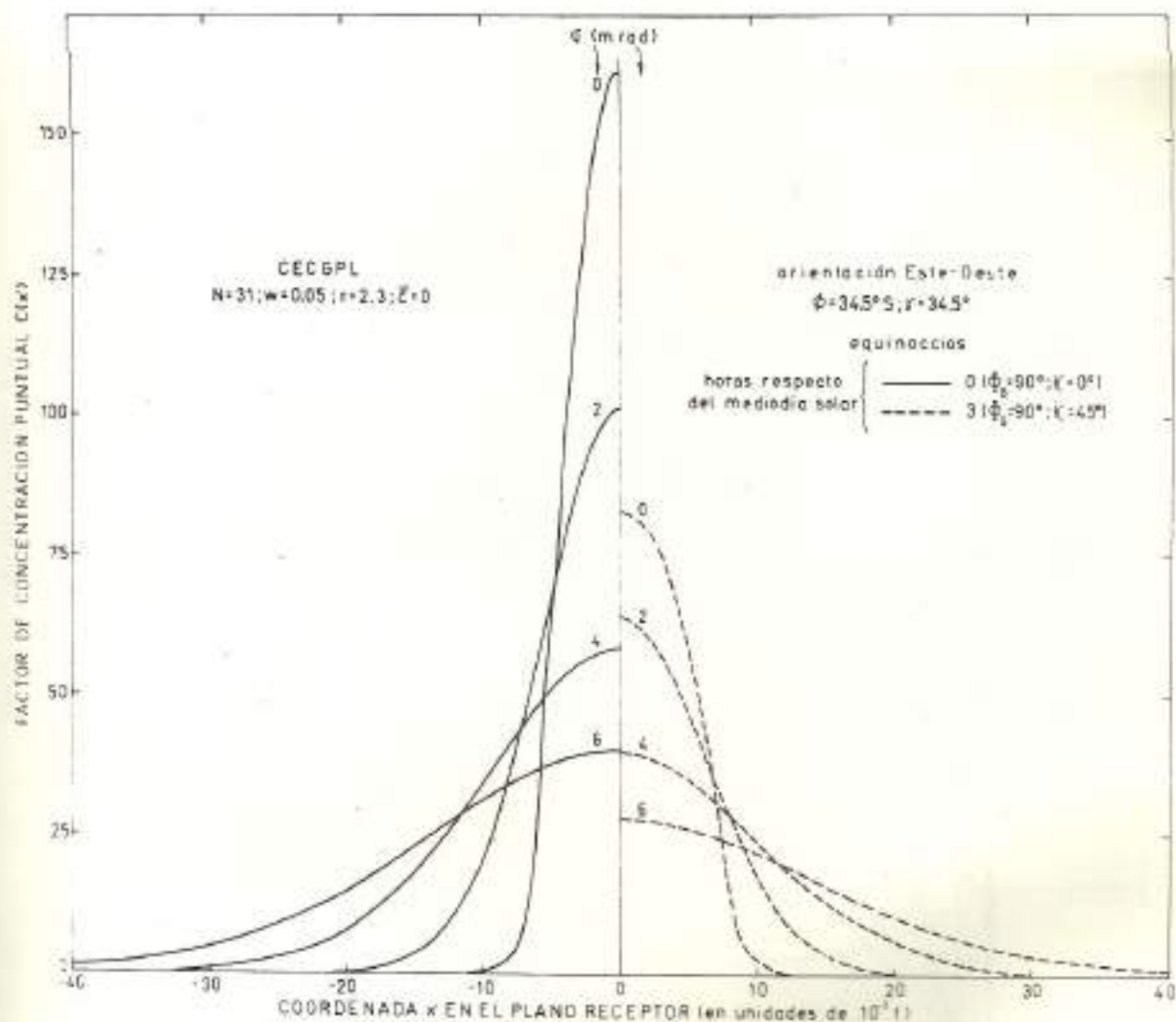


Fig. 2 : Factor de concentración puntual $C(x')$ en función de la coordenada x' en el plano receptor para un CECGPL con el plano de abertura inclinado con un ángulo γ igual a la latitud y para distintos valores de σ .

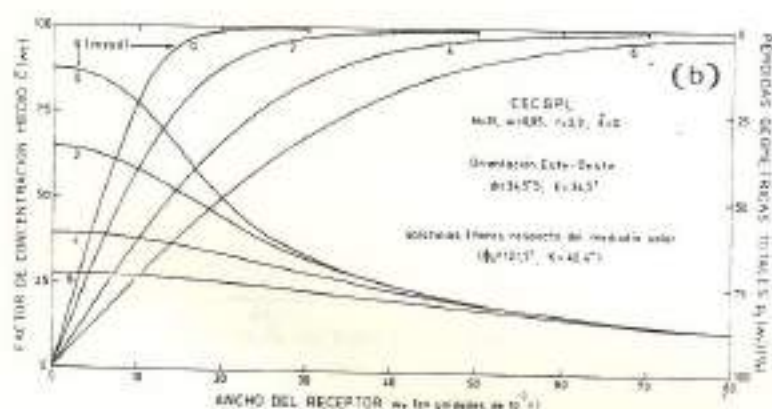
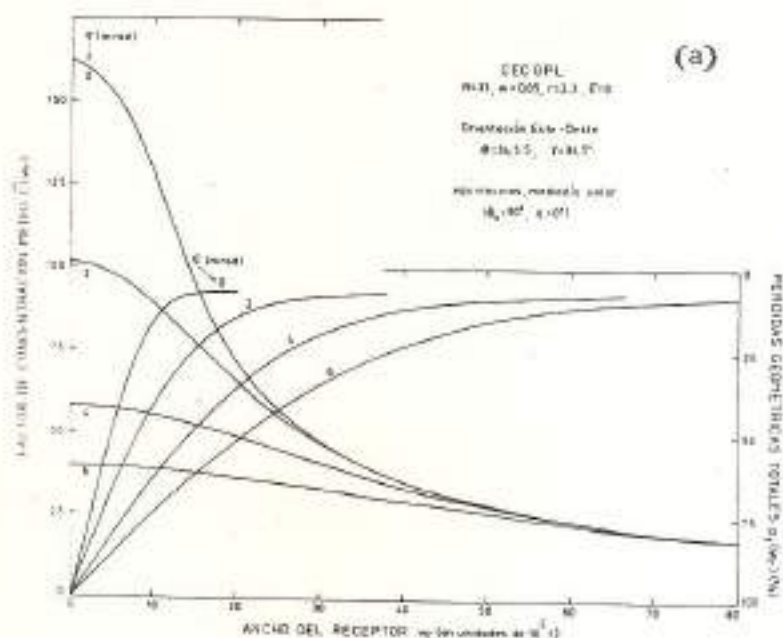


Fig. 3 : Factor de concentración medio $\bar{C}(w_r)$ en función del ancho del receptor w_r para un CECGPL con el plano de apertura inclinado con un ángulo igual a la latitud y para distintos valores de α . a) equinoccios, mediodía solar; b) solsticios, 3 horas respecto del mediodía solar.

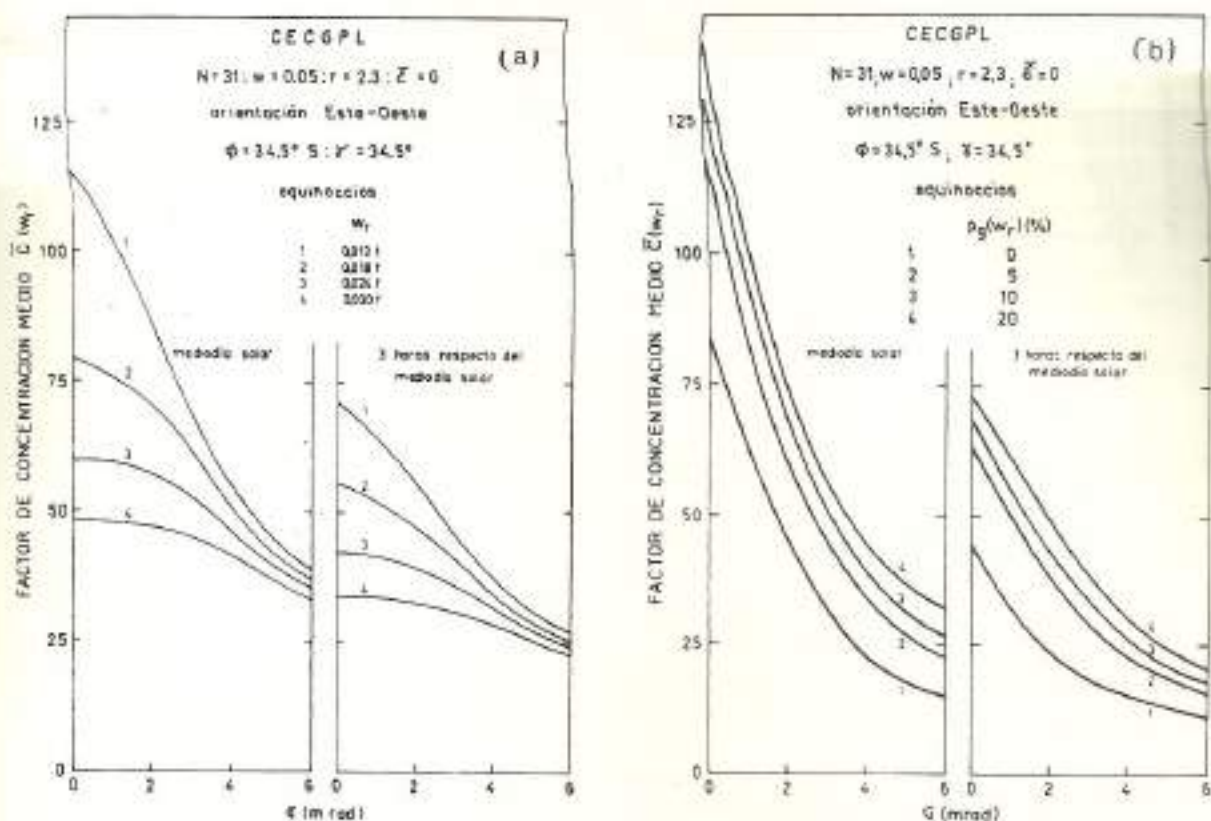


Fig. 4 : Factor de concentración medio $\bar{C}(w_r)$ en función de σ para un CECGPL con el plano de abertura inclinado con un ángulo igual a la latitud y para distintos valores de : a) anchos del receptor w_r ; b) pérdidas geométricas en el receptor $p_g(w_r)$.

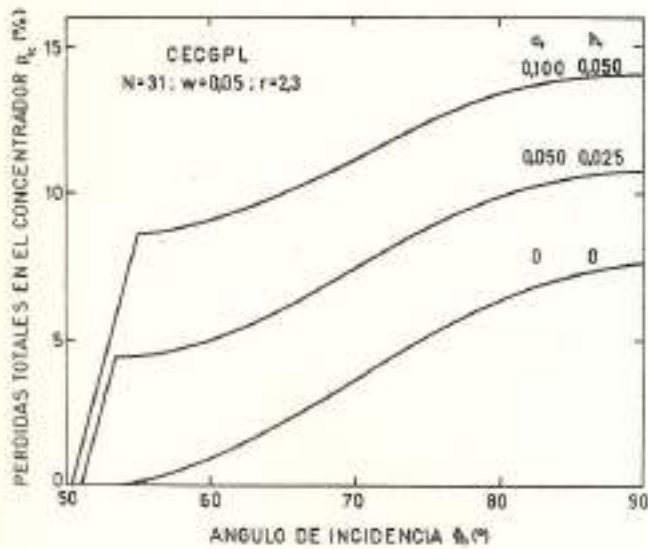


Fig. 5 : Pérdidas totales en el concentrador p_{TC} en función del ángulo de incidencia ϕ_0 para un CECGPL y para distintos valores del ancho a_r y la altura h_r del receptor incluida su aislación.

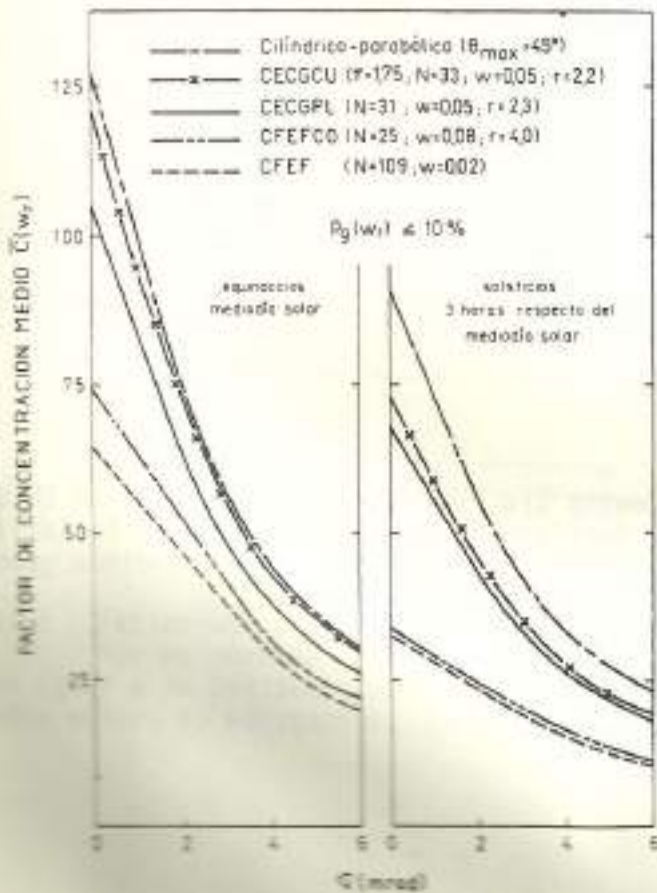


Fig. 6 : Factor de concentración medio $\bar{C}(w_r)$ en función de σ para los cinco tipos de concentradores analizados, todos con orientación Este-Oeste y con su plano de abertura inclinado con un ángulo γ igual a la latitud. Para cada valor de σ y cada concentrador se elige el máximo w_r tal que, durante las horas consideradas, las pérdidas geométricas en el receptor $p_g(w_r)$ no superen el 10% en ninguna época del año.