

CARACTERIZACION DE LAS PROPIEDADES DE INERCIA TERMICA DE MUROS

Luis Saravia* y Gloria Plaza

INENCO[#], Universidad Nacional de Salta
Buenos Aires 177, 4400 Salta

RESUMEN

El papel de la inercia térmica de los muros ha cobrado importancia en las construcciones solares en virtud de que el muro puede hacer las veces de acumulador, controlando los cambios de temperatura producidos por la colección solar en el interior del edificio.

No existe en la actualidad un consenso sobre los parámetros físicos del muro que conviene usar para caracterizar dicha inercia y puedan servir tanto para especificaciones constructivas de muros como para el cálculo de su comportamiento. En este trabajo se analiza la utilidad de un conjunto de parámetros, las admitancias, en tal sentido.

En primer lugar, se plantea la determinación de las admitancias con el fin de poder comparar distintos muros. Se estudia su cálculo teórico ante todo para muros de uso real. Dado que la geometría de las paredes es complicada, debido al uso de diversos materiales y celdas de aire, se hace necesario plantear un cálculo numérico en computadora, habiéndose elaborado un programa a tales efectos. Además se analiza su determinación experimental, describiéndose un sistema de medida en construcción. Los resultados experimentales son necesarios para validar el cálculo y posibilitar la determinación en casos de muros de geometría complicada o construidos con materiales no conocidos.

En segundo lugar se plantea el papel que pueden jugar las admitancias en el análisis térmico de un edificio.

* Investigador del CNIE

Instituto UNSa. - CONICET

Se muestra que el problema de los cambios diarios de temperatura en el interior de la construcción puede analizarse en términos sencillos, tanto cuantitativa como cualitativamente, lo que resulta de interés en las etapas iniciales de diseño.

1. INTRODUCCION

El comportamiento de un muro ante variaciones periódicas de temperatura o radiación cobró importancia inicial al estudiarse el efecto de las variaciones de los parámetros climáticos en la temperatura interior de un edificio. El flujo periódico de calor en paredes homogéneas fue introducido simultáneamente con la idea de temperatura sol-aire (1) y varios autores plantearon el cálculo para paredes compuestas (2, 3).

Con el incremento en el estudio de los sistemas pasivos de colección solar en construcciones, comenzó a interesar el papel de las paredes como acumuladores de calor, analizándose el intercambio de calor del muro con el interior de la construcción cuando su temperatura varía periódicamente durante el día (4, 5).

Con el fin de determinar el comportamiento del muro en ambas situaciones se estudia su respuesta ante variaciones sinusoidales de la temperatura, definiéndose las admitancias. Estos parámetros permiten caracterizar al muro en lo que respecta a sus propiedades de inercia térmica, lo que resulta de importancia para las especificaciones constructivas de muros, jugando un papel similar al de la conductancia térmica cuando se analiza el comportamiento del muro ante diferencias estacionarias de temperatura. Por otro lado, estos parámetros permiten realizar un análisis teórico de las varia-

ciones de temperatura en el interior de un edificio, que resulta muy sencillo tanto en lo que tiene que ver con los aspectos cualitativos como cuantitativos.

En las secciones que siguen se definirán las admitancias y se resumirán los métodos de cálculos en los casos más sencillos, luego se detallará el método numérico usado en los casos reales con muros más complicados y se describirá el sistema experimental de medida.

Finalmente se discute el uso de las admitancias en el cálculo del comportamiento térmico de edificios.

2. DEFINICION Y CALCULO ANALITICO DE LAS ADMITANCIAS

En este trabajo se plantea la caracterización del comportamiento térmico de un muro ante una excitación periódica de temperatura. Dado que esta variación puede ser desarrollada en Serie de Fourier el problema se reduce a estudiar el caso de una excitación sinusoidal de temperatura de la forma:

$$T(t) = T_0 \cos(\omega t - \psi)$$

donde ω está relacionado con el período p del fenómeno, usualmente un día y ψ es el desfase que se mide utilizando como origen de tiempo al medio día solar. En lo que sigue se adopta la notación completa:

$$T(t) = \text{Real}(\tilde{T} e^{j\omega t})$$

donde:

$$\tilde{T} = T_0 \cdot e^{-j\psi}$$

será la representación compleja de la variación de temperatura.

Si se considera un muro como se esquematiza en la Fig. 1, encontrándose en contacto con aire en sus caras 1 y 2, la aplicación de la variación de temperatura T a ambos lados del muro producirá cuatro flujos periódicos de calor por unidad de superficie que son de interés en esta discusión y que se esquematizan en la Fig. 1, indicándose su denominación y sentido. Debido a la forma de la ecuación de difusión para el muro existe una relación de

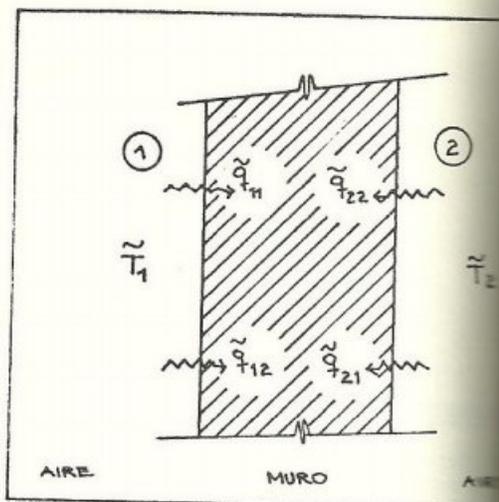


Fig. 1

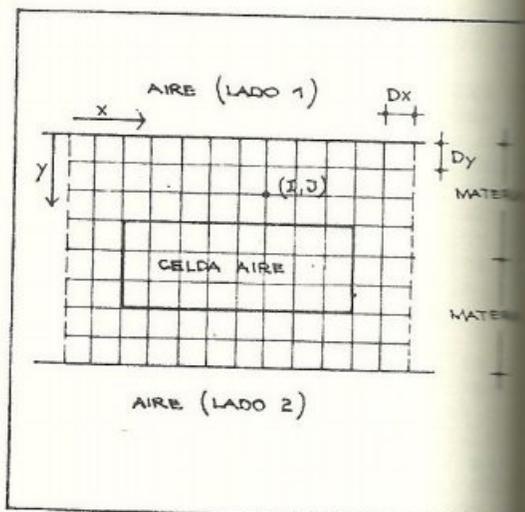


Fig. 2

de proporcionalidad entre el flujo de calor y la variación de temperatura que lo origina. La relación entre ambos será una constante compleja que recibe el nombre de admitancia \tilde{A} :

$$\tilde{A}_{11} = \frac{\tilde{q}_{11}}{T_1} ; \quad \tilde{A}_{12} = \frac{\tilde{q}_{12}}{T_1} ;$$

$$\tilde{A}_{21} = \frac{\tilde{q}_{21}}{T_2} ; \quad \tilde{A}_{22} = \frac{\tilde{q}_{22}}{T_2}$$

Estas cuatro constantes, que comprenden ocho constantes reales, caracterizan al muro en cuanto a los intercambios térmicos de variación sinusoidal con el aire que lo rodea. Es posible

demostrar que $\tilde{A}_{12} = \tilde{A}_{21}$, reduciendo los parámetros reales a 6. Para un muro simétrico las admitancias se reducen a 2.

Como que el factor de mayor interés desde el punto de vista del almacena es la cantidad de calor Q que entra al muro durante un semiciclo y que sale durante el siguiente, se define la admitancia diaria como un valor real dado por:

$$A_d = \frac{Q}{2|T|}$$

Se introduce el 2 para referir el calor intercambiado al salto máximo de temperatura en un período. La relación de A_d con la admitancia \tilde{A} es:

$$A_d = \frac{\rho}{\pi} \frac{|\tilde{A}|}{2}$$

El cálculo analítico de las admitancias es viable en el caso de muros constituidos por capas de materiales homogéneos.

Para un muro semidefinido construido con un material de densidad ρ , calor específico C_p y conductividad k sin film de aire en la cara externa se tiene:

$$|\tilde{A}_n| = \sqrt{\frac{2\pi k p C_p}{\rho}}$$

mientras que la fase es tal que la onda de calor está retrasada 45° respecto a la temperatura.

Si el muro es finito, con espesor l, se obtiene:

$$\tilde{A}_n = \beta K \frac{e^{\beta l} + e^{-\beta l}}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}$$

$$\tilde{A}_{12} = \beta K \frac{-2}{e^{\beta l} - e^{-\beta l}} \quad ; \quad \beta = \sqrt{\frac{\omega \rho C_p}{k}} j$$

Al considerarse las capas de aire las expresiones se complican por lo que es preferible preparar un código de computación para procesar las expresiones analíticas. Los resultados que se obtienen para muros de un solo material y distintos espesores se incluyen en la Tabla I. Al interpretar los ángulos de fase debe tenerse en cuenta que las cantidades de calor son consideradas positivas cuando están dirigidas hacia el muro.

Para paredes y techos de varias capas se ha preparado un programa que evalúa la admitancia de un conjunto de capas de aire o materiales colocados en sucesión a partir de la admitancia de cada capa. La técnica de cálculo es igual a la utilizada para los cuadrípo los eléctricos. Los resultados que se obtienen para varios muros y techo de uso común en Argentina se dan en la Tabla II.

Tabla I
Admitancias de muros construidos con un solo material

Esp. cm	k vat/m°C	Cp jul/kg°C	esp. cm	A _n	A ₁₂			ψ ₁₁	ψ ₁₂	ψ ₂₂
					vatio/m ² °C					
1500	.82	1000	10	5.9	2.7	4.5	-31	-137	-21	
			15	6.3	1.8	4.8	-30	-111	-22	
			20	6.5	1.2	4.9	-28	-87	-22	
			30	6.4	0.5	4.9	-27	-38	-20	
2450	1.73	1000	.05	6.5	4.4	5.2	-26	-156	-12	
			10	8.2	3.1	5.7	-27	-132	-17	
			15	8.9	2.2	6.1	-24	-109	-16	
2000	.6	1000	30	1.2	.24	4.8	-28	5.0	-21	
			40	6.2	.082	4.8	-28	68.	-21	
			50	6.2	.026	4.8	-28	-229	-21	
			60	6.2	.0087	4.8	-28	-166	-21	

- 1 = Superficie externa
2 = Superficie interna

Tabla II

Admitancia de muros compuestos

Tipo de muro		$ A_1 $	$ A_{12} $	$ A_{22} $	ψ_{11}	ψ_{12}	ψ_{22}
Pared:							
ladrillo	.135 m	7.0	.084	5.3	-31	-10	-23
poliest.exp.	.005						
ladrillo	.135						
Pared:							
ladrillo	.135	6.6	.42	5.1	-30	-34	-23
cámara aire	.03						
ladrillo	.135						
Pared:							
ladrillo	.20						
poliest.exp.	.05	3.1	.10	5.0	-66	-46	-20
mortero	.025						
Pared:							
ladrillo	.30						
poliest.exp.	.05	3.1	.045	4.9	-66	-1	-21
mortero	.025						
Losa:							
hormigón exp.	.10	4.6	.78	5.7	-27	-76	-17
hormigón	.10						
yeso	.02						
Losa:							
hormigón exp.	.10	5.2	.11	5.9	-41.	-35.	-20.
poliest. exp.	.05						
hormigón	.10						
yeso	.02						

3. CALCULO NUMERICO DE LAS ADMITANCIAS

Los cálculos analíticos de la sección anterior no son viables en muros con una estructura interna proveniente del uso de cámaras de aire. Por otro lado esta situación se presenta muy a menudo debido al uso de ladrillos huecos y bloques huecos de hormigón. Esto requiere un cálculo que por lo menos tenga en cuenta variaciones del material en dos dimensiones, una normal y otra paralela a las caras del muro. Esta situación es muy complicada para un desarrollo analítico, por lo que se ha recurrido a un cálculo numérico.

Se utiliza una técnica en diferencias finitas, para lo cual se divide una sección normal a la pared en una grilla de lados DX y DY tal cual se muestra en la Fig. 2. Se restringen los casos a estudiar a aquellos en que los puntos de la grilla caen sobre

todas las líneas de separación entre materiales distintos o materiales y aire. Un punto cualquiera de la red será identificado por enteros I y J.

Si el fenómeno es sinusoidal, la temperatura en un punto de la red se puede escribir como:

$$T(I, J, t) = A(I, J) \cos wt + B(I, J) \sin wt$$

donde:

$$w = 2\pi / p.$$

Las ecuaciones en diferencias finitas para las funciones A y B se encuentran realizando un balance térmico en un elemento de material que rodea al punto (I, J), tal cual se esquematiza en la Fig. 3 que es el más sencillo ya que el material es uniforme y no aparecen bordes en contacto con el aire. La ecuación es:

$$\rho C_p \frac{\partial T(I,J,t)}{\partial t} = k \frac{\partial x}{\partial y} [T(I,J+1) + T(I,J-1) - 2T(I,J)] +$$

$$+ k \frac{\partial y}{\partial x} [T(I+1,J) + T(I-1,J) - 2T(I,J)]$$

Al reemplazar $T(I,J)$ por su dependencia sinusoidal en el tiempo se obtienen dos ecuaciones para A y B al separar los términos en coseno de los términos seno. Estas ecuaciones no dependen de t y los valores de A y B para un punto de la red quedan expresados como función de los valores en los puntos circundantes.

$$-B(I,J) + nA(I,J) = k \frac{\partial x}{\partial y} [A(I,J+1) + A(I,J-1)] +$$

$$+ k \frac{\partial y}{\partial x} [A(I+1,J) + A(I-1,J)]$$

$$-B(I,J) - nA(I,J) = k \frac{\partial x}{\partial y} [B(I,J+1) + B(I,J-1)] +$$

$$+ k \frac{\partial y}{\partial x} [B(I+1,J) + B(I-1,J)]$$

$$m = \partial x \partial y \rho C_p w$$

$$m = 2k \left(\frac{\partial x}{\partial y} + \frac{\partial y}{\partial x} \right)$$

Este conjunto de ecuaciones puede resolverse por iteración. En cada etapa los valores de A (I,J), B (I,J) se obtienen a partir de los valores en los puntos circundantes para la etapa anterior.

Se pueden dar distintas situaciones en cada punto de la red de acuerdo a los materiales y superficies en contacto con aire o superficies adiabáticas. La Fig. 4 muestra algunas de las situaciones posibles a título de ejemplo, de un total de 30.

Entre las superficies en contacto con aire se dan dos tipos de condiciones al borde. Para la superficie que forma parte del borde del muro se conoce la temperatura en el aire:

$$T_{\text{aire}} = T_a \cos(\omega t - \phi_a) = A_a \cos \omega t + B_a \sin \omega t$$

donde h_a es el coeficiente de convección térmica, por lo que se puede calcular la contribución térmica al elemento considerado a través de la superficie. Si $q(t)$ es la cantidad de calor que entra por el borde del muro, ella debe calcularse para obtener la admitancia correspondiente. Para ello se sumará la contribución de todos los puntos de la grilla en contacto con ese bor-

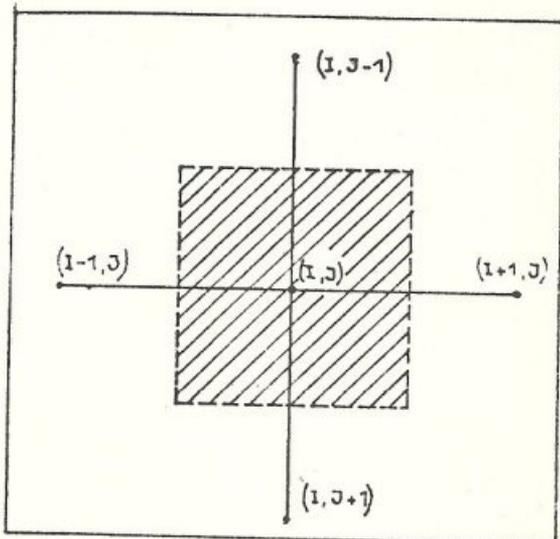
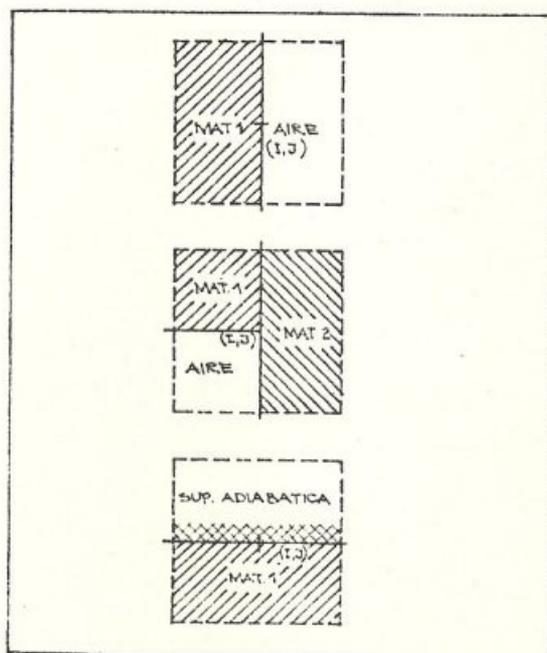


Fig. 3



de:

Fig. 4

$$q(t) = \sum_{I,J} h_a \Delta x [(A_a - A(I,J))]_{\text{sobre borde}}$$

Para la superficie en contacto con una celda interna, el aire en ella tendrá una temperatura $T_c(t)$ con componentes A_c y B_c . $T_c(t)$ no es fijo sino que debe determinarse en cada etapa de la iteración imponiendo la condición de que la cantidad total de calor que ingresa a la celda debe ser nula:

$$\sum_{\text{borde celda}} h_c R (A_c - A(I,J)) = 0$$

$$\sum_{\text{borde celda}} h_c R (B_c - B(I,J)) = 0$$

donde R valdrá DX o DY según que la superficie sea horizontal o vertical. Dado que en el cálculo de $A(I,J)$ y $B(I,J)$ sobre los bordes de la celda intervienen A_c y B_c , es necesario que se realice una segunda iteración en cada etapa de la primer iteración para lograr que todas las ecuaciones sean satisfechas en forma simultánea.

Con el fin de realizar el cálculo, la geometría del muro se introduce mediante matrices que indica para cada punto de la grilla cuál es su situación dentro de las 30 posibles y el tipo de material o celda que interviene.

La Fig. 5 muestra un diagrama de flujo sintético del método de cálculo.

Con el fin de determinar el tamaño DX de grilla necesario para que el error en la determinación de la admitancia sea menos del 2% se han hecho cálculos para el caso de una pared de material homogéneo y se han comparado los resultados con los valores analíticos obtenidos según se explica en la sección anterior. La ecuación a resolver depende de dos parámetros adimensionados que dependen de DX :

$$\alpha_1 = \frac{DX^2 \rho C_p w}{k} \quad ; \quad \alpha_2 = \frac{h DX}{k}$$

y la cota de error se traduce en cotas para α_1 y α_2 .

El programa desarrollado ha sido utilizado para calcular las admitancias de algunas paredes de uso común en la Argentina. Los resultados obtenidos se resumen en la Tabla III.

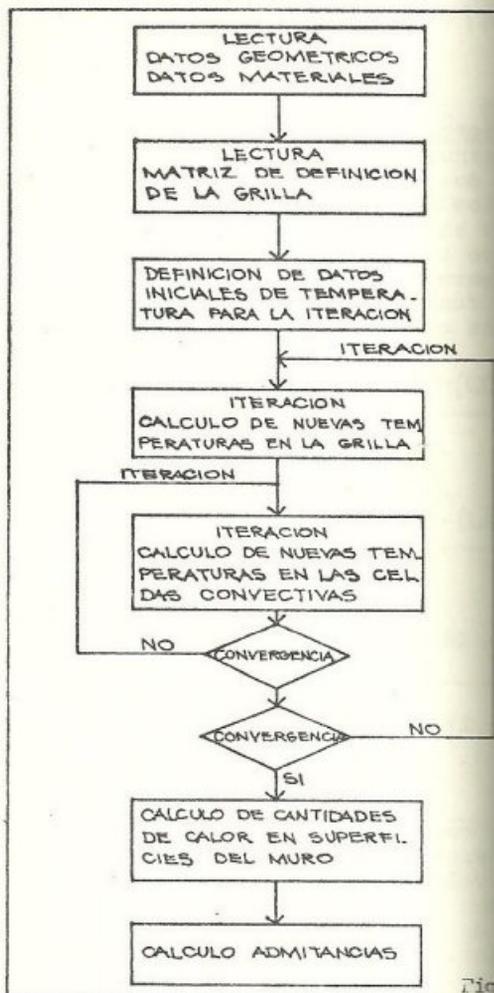


Fig. 5

4. MEDIDA DE LAS ADMITANCIAS

La Fig. 6 muestra un corte del aparato en construcción para la medida de las admitancias. Consta de dos cajas abatidas por un lado que se adosan a ambos lados de la pared a medir. Cada caja tiene una dimensión externa de $1.6 \times 1.6 \times 0.4 \text{ m}^3$ y sus paredes poseen una aislación de poliestireno expandido de 0.2 mde espesor que reduce el área de medida de 1.44 m^2 .

Una de las cajas es calentada por una resistencia eléctrica sobre la que se aplica una onda cuadrada de voltaje para simular la variación periódica. La emisión directa de radiación desde el filamento caliente hacia la pared se evita con una chapa de aluminio que divide en dos el recinto interno de la caja. Un ventilador circula el aire caliente desde la zona de la resistencia hacia la pared.

En la otra caja se reemplaza la resis-

Tabla III

Admitancia de muros con celdas individuales

Tipo de muro

Bloque de hormigón	5.1	1.7	4.1	-44	-129	-35
Ladrillo cerámico hueco	3.5	.82	3.1	-56	-120	-48
Ladrillo cerámico hueco y aislación	3.1	.27	3.5	-68	-101	-50

resistencia eléctrica por un intercambiador de calor que pasa el agua que calienta la caja. El agua circula desde un termostato de precisión que permite mantener caliente la temperatura.

Las medidas más importantes a realizar son: la potencia entregada por el calefactor, la temperatura del aire en la caja de calentamiento, la diferencia de temperatura entre la salida y la entrada del intercambiador y el flujo de éste. Las medidas se hacen como función del tiempo y luego se lleva a cabo un análisis de Fourier para determinar la componente fundamental. Las medidas de flujo de calor deben ser corregidas por las pérdidas a través de la aislación de la caja. A estos efectos se determinan las pérdidas por vía experimental uniendo las dos cajas sin pared intermedia y midiendo la potencia necesaria para llevar la temperatura del aire interno a un valor determinado.

Las dos admitancias que se miden, A_{11} y A_{12} , son aquellas del lado caliente. A esos efectos se deben evitar variaciones sinusoidales en la caja fría. Esto se contrapone con el hecho de que debe permitirse una pequeña variación para medir la cantidad de calor extraída mediante el intercambiador. A efectos de minimizar el problema se realiza la medida diferencial con resistencias de platino.

La admitancia A_{11} queda determinada por el cociente entre la potencia de la resistencia eléctrica y la temperatura de la caja caliente. La admitancia A_{12} se calcula como el cociente entre la potencia extraída por el intercambiador y la temperatura de la caja caliente.

La construcción del aparato está terminada encontrándose en etapa de ensayo y calibración.

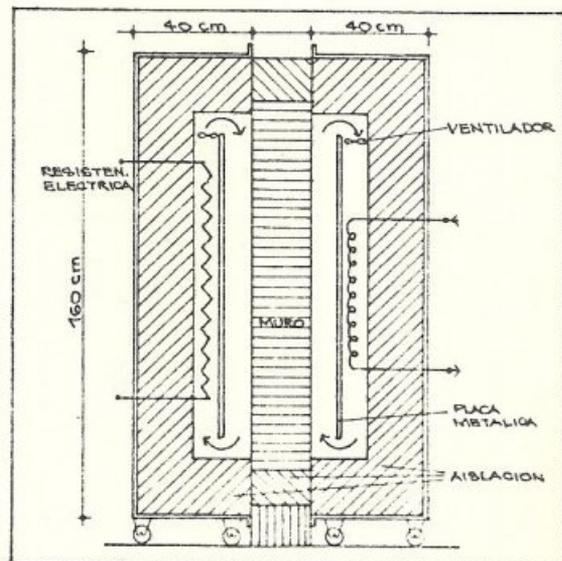


Fig. 6

5. VARIACION DE TEMPERATURA EN LOCALS

La noción de admitancia permite analizar las variaciones diarias de temperatura en un local en la aproximación de que todas las magnitudes de interés: radiación, temperatura y flujos de calor, varían con el tiempo en forma sinusoidal.

Este enfoque permite un cálculo rápido de la variación diaria de temperatura en el local, conocidas las variaciones diarias de la radiación solar y la temperatura externa del local. En tal sentido complementa a los cálculos de temperatura media del local realizado en forma sencilla a través de la noción de conductancia si se conocen la radiación y temperatura externa media.

La idea se introduce a continuación mediante un ejemplo concreto que se ilustra en la Fig. 7. Un local de 4 x 5 m² de peso y 3 m de altura está construido con paredes de ladrillo de 30 cm de espesor y techo con losa de hormigón y cubierto de hormigón ligero. Su pared norte tiene una ventana de 3 m² de área. La temperatura externa T_{ext} tiene una variación diaria que se asimila a una sinusoides con una amplitud de 7°C y un retardo de 3 horas (45°) respecto a mediodía. La radiación q_s que atraviesa la ventana se asimila a una sinusoides con una amplitud de 250 w/m² con el máximo a mediodía.

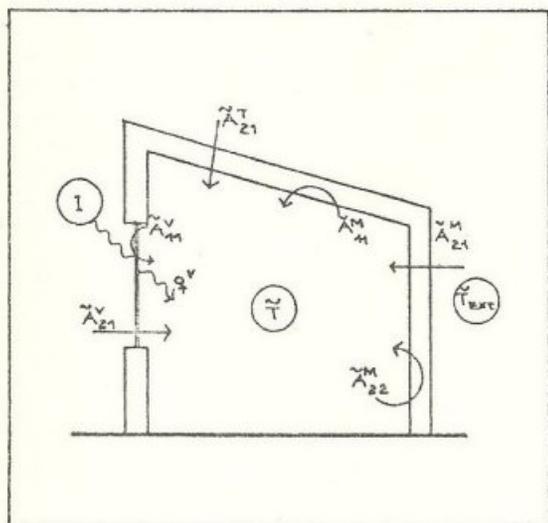


Fig. 7

A través de la superficie externa de la envolvente del local se tienen contribuciones térmicas sinusoidales debidas a la radiación, la temperatura externa y la propia temperatura del local T . La suma de todas ellas debe ser cero, o sea:

$$-S^V q_s + (S^M A_{21}^M + S^T A_{21}^T + S^V A_{21}^V) \tilde{T} + (S^M A_{21}^M + S^T A_{21}^T + S^V A_{21}^V) \tilde{T}_{ext} = 0$$

donde M , T y V identifican al muro, techo y ventana siendo SM , ST , SV sus áreas respectivas. La contribución \tilde{T} refleja la propiedad de acumulación de la envolvente y será la que en el definitivo limite el valor de T .

La incógnita, temperatura \tilde{T} del local es obtenida a partir de la ecuación:

$$\tilde{T} = \frac{S^V q_s - (S^M A_{21}^M + S^T A_{21}^T + S^V A_{21}^V) \tilde{T}_{ext}}{S^M A_{21}^M + S^T A_{21}^T + S^V A_{21}^V}$$

Las variables son complejas pero se hace el cálculo en forma gráfica presentándose cada variable mediante un sector en el plano que indique su módulo y fase. La Tabla IV muestra el cálculo de cada uno de los términos de la Fig. 8 y 9 muestran el cálculo del numerador y denominador. Los valores de las admitancias se han obtenido en las tablas anteriores.

Se obtiene:

$$\tilde{T} = \frac{540}{380} e^{j(22 - (-18))} = 1.42 e^{-40j}$$

lo que indica que el salto diario de temperatura en el local será de 2.8°C ocurriendo a las 2h40' después del mediodía.

La representación gráfica tiene la ventaja de mostrar en forma visual cuáles es la incidencia de los distintos aspectos en el salto de temperatura. Se aprecia que el principal factor que produce en dicho salto proviene de la radiación incidente y no del salto de temperatura externo. Este actúa en forma secundaria, principalmente a través de Q^M , y en parte reduce el efecto de la radiación gracias a su fase. Esto es debido al espesor de la pared y al hecho de que la temperatura externa tiene su máximo a las tres de la tarde.

La determinación del salto diario de temperatura planteada a través de un ejemplo puede generalizarse para tener en cuenta las distintas situaciones posibles, trabajándose actualmente en ello.

que en este trabajo se ha hecho énfasis en los aspectos de cálculo y medida de las admitancias no se discuten estos problemas.

Tabla IV

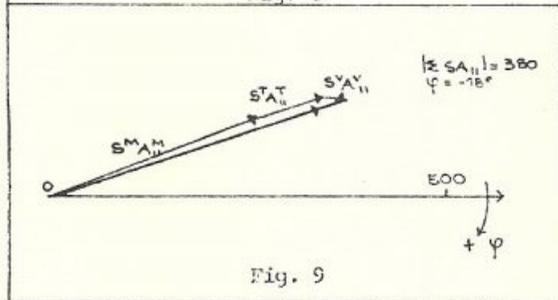
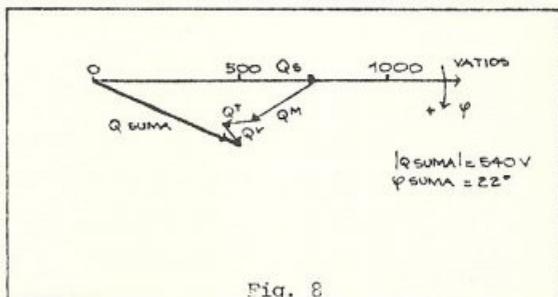
Cálculo de los términos de la ecuación que determina la variación de temperatura del local.

Variables	Módulo	Angulo	Término	Módulo	Angulo
q_s	250	0	$SV q_s$	750	0
Text	7°C	45°			
	4.9	-20	$S^M A_{11}^M$	$51 \times 4.9 = 250$	-20
	5.7	-17	$S^T A_{11}^T$	$20 \times 5.7 = 114$	-17
	4.5	0	$SV A_{11}^V$	$3 \times 4.5 = 13.5$	0
	.78	-76	$-S^M A_{12}^M$ *Text	$-51 \times .78 \times 7 = -278$	$-76 + 45 = -31^\circ$
	.50	-38	$-S^T A_{12}^T$ *Text	$-20 \times .5 \times 7 = -70$	$-38 + 45 = 7$
	-4.5	0	$-SV A_{12}^V$ *Text	$-3 \times (-45) \times 7 = 95$	$0 + 45 = 45$

CONCLUSIONES

Se ha visto que en general se necesitan seis parámetros reales para caracterizar completamente al muro desde el punto de vista de su respuesta a variaciones sinusoidales. En lo que se refiere a un edificio, sólo tres de esos parámetros resultan de importancia: $|A_{12}|$, $|A_{11}|$ y $|A_{22}|$ donde el índice 1 indica el exterior y el 2 el interior. Ellos jugarían un papel similar al de la conductancia del muro en lo que tiene que ver con los valores medios diarios de temperatura en el edificio. Se ha visto en detalle como calcularlos y medir estos parámetros.

Ellos también pueden ser usados en un estudio de las variaciones diarias de temperatura en un edificio. La aplicación detallada requiere la consideración de algunos aspectos, que no se han presentado en este trabajo. Entre ellos cabe destacar a) la variación diaria de la radiación solar se separa bastante de una variación sinusoidal; b) la colocación de aislaciones nocturnas constituye un elemento no lineal que introduce una instalación entre la variación sinusoidal diaria y sus armónicos. Ellos deben ser tenidos en cuenta si se desea realizar un análisis cuantitativo aceptable. Dado



7. AGRADECIMIENTO

Este trabajo ha sido financiado parcialmente por la Subsecretaría de Urbanismo y Vivienda de la Nación.

8. REFERENCIAS

1 - Mackey C.O. y Wright L.T., "Periodic that flow-Homogeneous walls or

- roofs", ASHAVE Trans., Vol. 50, p. 293, 1944.
2. Mackey, C.O. y Wright L.T., "Periodic Heat flow-composite walls or roofs", ASHAVE Trans., Vol. 52, p. 283-96, 1946.
 3. Stewart, J.P., "Solar Heat Gain through walls and roofs for cooling load calculations", ASHAVE Trans., Vol. 54, p. 361-68, 1948.
 4. Davis, M.G., "The thermal admittance of layered walls", Building Science, Vol. 8, p. 207-220, 1973.
 5. Balcomb, J.D. "Passive solar energy for Buildings", Solar Energy Handbook, ed. J.F. Kreider y F. Kwith, McGraw Hill, p. 16-10, 1981.