

## ANÁLISIS ÓPTICO DE CONCENTRADORES PARABOLOIDES DE REVOLUCIÓN NO PERFECTOS.

L. E. Dawidowski\* y R. O. Nicolás#

### RESUMEN

Se describe un análisis óptico que permite determinar la distribución de intensidades en el plano receptor de concentradores paraboloides de revolución, considerando que dicho plano se encuentra ubicado en forma paralela al plano de apertura, y que contiene al foco del sistema. El análisis es válido para concentradores perfectos y no perfectos, entendiéndose por estos últimos, a aquellos para los que el versor normal a cada elemento diferencial de superficie especular se aparta de su posición correcta un ángulo  $\Omega$  de valor medio  $\bar{\Omega}$  y desviación estándar  $\sigma$ , y cuyo ángulo azimutal  $\xi$  sigue una distribución uniforme entre 0 y  $2\pi$ . Se estudia, además, el efecto de desplazar paralelamente el plano receptor una distancia  $\Delta f$  respecto de su posición ideal.

Se muestran y comparan resultados para distintos juegos de parámetros que caracterizan el comportamiento de un concentrador dado.

### 1- INTRODUCCION

Los concentradores paraboloides de revolución son especialmente aptos para la generación de vapor a media y alta temperatura (300-1100°C), característica que los presenta como una muy buena opción para la generación fototérmica de electricidad utilizando una turbina o motor generador prácticamente convencional. Para realizar un correcto diseño de sistemas de este tipo, resulta fundamental conocer la distribución de intensidades que se obtiene en el plano receptor de los mencionados concentradores en función de los distintos parámetros característicos de los mismos. Este trabajo consiste en realizar un desarrollo teórico que permita determinar dicha distribución de intensidades teniendo en cuenta los apartamientos que presentan los concentradores reales respecto de los perfectos, para así estar en condiciones de estudiar la influencia de la precisión requerida en la construcción de los diferentes sistemas, sobre el costo total de los mismos.

Un modelo realista de un concentrador debe tener en cuenta los apartamientos del mismo respecto del caso ideal. En el presente trabajo se describe un análisis óptico de un concentrador paraboloide de revolución no perfecto, entendiéndose como tal, aquel cuyo versor normal se aparta de su posición correcta un ángulo  $\Omega$

---

\* Becaria de CIC

# División Energía Solar. Comisión Nacional de Energía Atómica  
Avda Libertador 8250 - 1429 Buenos Aires

según una distribución gaussiana de valor medio  $\bar{\Omega}$  y desviación estándar  $\sigma$ , y cuyo ángulo azimutal  $\xi$  sigue una distribución uniforme entre 0 y  $2\pi$ , lo que constituye una buena aproximación para el tratamiento de concentradores reales. Se estudian, además, desplazamientos paralelos del plano receptor, el que consideramos ubicado en forma perpendicular al eje del concentrador.

El análisis óptico descrito en este trabajo, combinado con un análisis térmico del receptor, puede ser usado para realizar una apropiada selección de los parámetros del concentrador desde el punto de vista de la colección de energía. La bibliografía disponible (Refs. 1 a 6) con respecto al tema específico del estudio de la distribución de intensidades en el plano receptor de estos concentradores, en ningún caso proporciona un análisis del tipo propuesto en este trabajo que permite conocer, previo a la construcción del colector, el margen de tolerancia de los errores en la superficie del concentrador. Las Refs 1 a 4 consideran concentradores perfectos con el plano receptor perpendicular al eje, y las referencias 5 y 6 realizan el cálculo asumiendo que la distribución de intensidades de los concentradores perfectos es modificada de acuerdo con modelos específicos, pero sin relacionar aquellos con los errores en la superficie especular.

## 2- CALCULO DEL FACTOR DE CONCENTRACION PUNTUAL

Obtendremos el factor de concentración puntual de un concentrador paraboloide de revolución no perfecto, considerando el plano receptor desplazado una distancia  $\Delta f$  del plano focal. Las coordenadas y parámetros utilizados en el cálculo se definen en la Fig. 1.

En cada punto del concentrador inciden rayos provenientes de todo el disco solar, los cuales forman un cono con vértice en dicho punto y semiapertura angular  $\beta_0$  ( $\beta_0 \approx 16^\circ$ ); los rayos reflejados forman también un cono cuya intersección con el plano receptor describe una elipse. Suponiendo que la intensidad de la radiación solar es uniforme a través de todo el disco solar, y eliminando los casos de incidencia casi rasante sobre el plano receptor ( $\theta < 75^\circ$ ), podemos considerar que la intensidad de la elipse es uniforme. Si suponemos, además, que el rayo proveniente del centro del sol incide en forma paralela al eje del paraboloide, la intensidad de la elipse generada por los rayos reflejados en un elemento de superficie del concentrador caracterizado por las variables  $(\theta, \psi)$ , es:

$$d^2 I_e = I_0 \rho R^2(\theta) \sin\theta \, d\theta \, d\psi / \pi a b$$

donde  $I_0$  es la intensidad de la radiación solar directa,  $\rho$  la reflectividad de la superficie y  $a$  y  $b$  son, respectivamente, los semiejes mayor y menor de la elipse. El factor de concentración puntual  $C(r)$  se obtiene integrando  $d^2 I_e$  sobre toda la superficie del concentrador, dividiendo por  $I_0$  y promediando luego esta expresión sobre las distribuciones gaussianas en  $\theta$  y uniforme en  $\psi$ .

Teniendo en cuenta además, que con la geometría propuesta la imagen de las elipses en el plano receptor tiene simetría de revolución con respecto al eje del concentrador, con lo cual  $a$  y  $b$  son independientes de  $\psi$ , a primer orden en  $\beta_0$  resulta:

$$C(r) = \frac{\rho}{2^{3/2} \pi^{5/2} \sigma \beta_0^2} \int_0^{2\pi} d\xi \int_0^\infty d\Omega \exp\left[-\frac{(\Omega - \bar{\Omega})^2}{2\sigma^2}\right] \int_0^{\theta_{\max}} \frac{R(\theta) \sin\theta}{[R(\theta) + \Delta f \cos\theta]^2} \times \\ \times \{2 [\cos(\theta/2) \cos\Omega \sin(\theta/2) + \sin(\theta/2) \sin\Omega \cos\xi]^2 - 1\} \int_{I\psi(\xi, \Omega, \theta, r)} d\psi$$

donde  $I\psi$  determina las zonas del concentrador en las cuales el haz de rayos reflejados contribuye al flujo de energía en el punto  $r$  del plano receptor.

El cálculo de la integral sobre  $I\psi$  se efectúa como la sumatoria de los ángulos definidos por la longitud de arco determinada por la intersección de una circunferencia de radio  $r$  centrada en el origen, y la superficie de cualquiera de las elipses provenientes de la franja del concentrador de ancho  $d\theta$ , caracterizada por la variable  $\theta$ . La triple integral restante se evalúa utilizando el método de integración de Chevichev, por medio de la subrutina fortran QB01A de la Harwell Soubroutine Library (Ref. 9).

## 3.- RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Se evalúan cambios del factor de concentración puntual  $C(r)$ , el factor de concentración medio  $C(r_R)$  y la eficiencia óptico geométrica en el receptor  $\eta_g(r_R)$  debidos a variaciones en los distintos parámetros característicos, lo que permite (Ref. 3) realizar el análisis desde el punto de vista óptico de un concentrador.

En la Fig. 2 se ha graficado  $C(r)$  para un concentrador perfecto, para distintos valores de  $\theta_{\max}$ . Como era de esperar, dado el modelo de disco solar utilizado,  $C(r)$  es constante si  $r < \beta_0 f$  independientemente del valor de  $\theta_{\max}$ , y aumenta con este parámetro para todos los puntos del plano receptor; por ejemplo, el valor máximo de  $C(r)$  disminuye  $\approx 20\%$  si  $\theta_{\max}$  pasa de  $75^\circ$  a  $60^\circ$ , porcentaje que aumenta para la misma diferencia de apertura entre los concentradores, a medida que  $\theta_{\max}$  decrece.

En la Fig. 3.a se muestra el factor de concentración puntual para el caso de  $\theta_{\max} = 60^\circ$  para distintos valores de  $\sigma$ , donde se observa que el máximo valor de  $C(r)$  disminuye a medida que  $\sigma$  aumenta. Como es lógico, disminuyendo el radio  $r_R$  del receptor aumenta el factor de concentración medio, mejorando, en consecuencia, la eficiencia de conversión de energía solar en térmica. Como contrapartida, si  $r_R$  es menor que el tamaño máximo de la imagen, aparecen pérdidas de radiación, disminuyendo luego, la eficiencia óptica geométrica del receptor. El radio del receptor resultará de una solución de compromiso que depende, como ya se ha comentado, de múltiples factores. Como ejemplo de esto, en la Fig. 3.b se observa que si se admite  $\eta_g(r_R) = 0,9$  para  $\sigma = 2 \text{ mrad}$ ,  $C(r_R)$  es  $\approx 87\%$  menor que su valor máximo, pero es  $\approx 70\%$  mayor que el que resultaría de exigir  $\eta_g(r_R) = 1$ .

Para analizar como influye el error en la posición angular de los espejos sobre el factor de concentración medio  $C(r_R)$ , se graficó a este último en función de  $\sigma$  para distintos valores de  $\eta_g(r_R)$  (Fig. 4). La disminución de  $C(r_R)$  con  $\sigma$  manteniendo  $\eta_g(r_R)$  constante, se debe a que al crecer  $\sigma$  aumenta el ancho de la imagen en el receptor; comparando un concentrador con  $\sigma = 4 \text{ mrad}$  con otro

caracterizado por  $\sigma = 0\text{mrad}$ , se observa que  $C(r)$  disminuye en  $\approx 85\%$  para  $\eta_g(r) = 0,8$ . Estos resultados evidencian la importancia de  $\sigma$  en el diseño final del concentrador.

Para analizar los efectos que produce el desplazamiento del plano receptor respecto del plano focal, en la Fig. 5 se muestra  $C(r)$  para distintos valores de  $\Delta f$  para un concentrador perfecto. Es de destacar, que al desplazar el plano receptor de su posición correcta ( $\Delta f = 0$ ) se presentan dos efectos: (a) para cada haz de rayos reflejados en cualquier punto del concentrador disminuye (aumenta) el tamaño de las elipses definidas por la intersección del haz con el plano receptor al acercarse (alejarse) el mismo a los espejos, lo que tiende a aumentar (disminuir) el factor de concentración, y (b) se produce un desenfoque que tiende a disminuir el factor de concentración. AL acercarse el plano receptor a los espejos ( $\Delta f < 0$ ) dichos efectos se contraponen, mientras que si  $\Delta f > 0$  ambos contribuyen a disminuir el factor de concentración. En la Fig. 5 se observa que para pequeños valores de  $\Delta f$  el primer efecto es significativo sobre el segundo ya que las curvas obtenidas para  $\Delta f = +0,005 f$  difieren entre sí  $\approx 3\%$ , para valores de  $r \leq \beta_0/2$ . Sin embargo, si  $\Delta f = +0,01 f$  no se aprecia diferencia entre ambas curvas, lo que evidencia que para estos valores de  $\Delta f$  prevalece el efecto de desenfoque. En la Fig. 6 se ha graficado  $C(r)$  para distintos valores de  $\Delta f$  tomando un valor de  $\sigma$  típico de  $4\text{mrad}$ ; comparando esta figura con la anterior, se ve que mientras el valor máximo de  $C(r)$  disminuye en  $70\%$  cuando  $\Delta f$  pasa de 0 a  $0,01 f$  para el caso  $\sigma = 0$  si  $\sigma = 4\text{mrad}$  esta disminución se reduce al  $48\%$ , lo que refleja el hecho que los efectos de desenfoque se reducen por las aberraciones ópticas del concentrador.

La Fig. 7 permite determinar el rango de variaciones de  $\Delta f$  que produce cambios significativos en el factor de concentración medio y en la eficiencia óptica geométrica del receptor; los valores de  $r$  elegidos corresponden a  $\eta_g(r) = 1,0; 0,9$  y  $0,8$  para el caso del concentrador perfecto con el plano receptor coincidente con el plano focal. De allí se puede ver, por ejemplo, que si las condiciones de operación son tales que una variación del  $10\%$  en  $C(r)$  no es significativa sobre la eficiencia total de conversión de energía solar en térmica, un concentrador con  $\sigma = 4\text{mrad}$  y  $r = 0,005 f$  admite  $\Delta f$  de  $+0,004$ , mientras su eficiencia óptica geométrica se reduce en un  $6\%$ . Sin embargo, esta precisión en la ubicación del plano receptor aumenta al disminuir  $\sigma$ , ya que, si  $\sigma = 0\text{mrad}$ , para el mismo error en  $C(r)$  e igual  $r$ , el valor absoluto de  $\Delta f$  no debe superar  $0,003 f$ , mientras su eficiencia se reduce en  $\approx 5\%$ .

De las Figs. 2 a 7 se observa que el máximo valor obtenido para el factor de concentración puntual, que corresponde al caso  $\theta_{\max} = 75^\circ$  para el concentrador perfecto, resulta menor que  $46,165$ , que es el máximo valor teórico alcanzable según Ref. 11 para concentradores con este tipo de simetría y con modelo de disco solar uniforme. Como resumen, puede señalarse que para realizar un análisis económico de la utilización de concentradores para un uso específico, puede tomarse como punto de partida una evaluación detallada de gráficos del tipo de los dados en este trabajo, lo cual facilita significativamente la elección del concentrador apropiado.

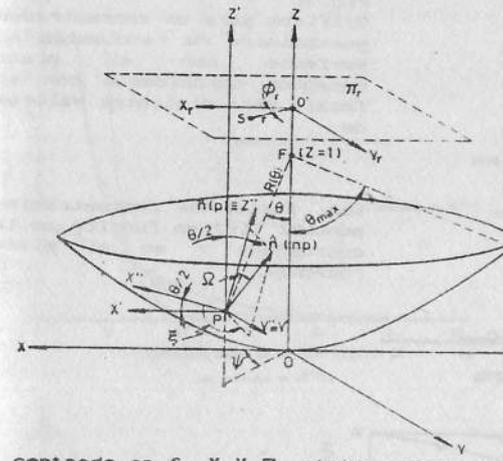


Fig 1: Sistemas de coordenadas y parámetros de interés que se utilizan en el análisis óptico de un concentrador parabólico de revolución; F: foco del paraboloide; f: distancia OF (distancia focal);  $\hat{n}$ : versor normal a la superficie en el punto P; O: vértice del paraboloide; O': punto de intersección entre  $\Pi_r$  y el eje del concentrador; P: punto arbitrario sobre la superficie del concentrador; S: punto arbitrario sobre  $\Pi_r$ ;  $r, \phi$ : sistema de coordenadas polares centrado en O';  $R(\theta), \theta, \phi$ : sistema de coordenadas esférico centrado en f; X Y Z: sistema cartesiano tridimensional centrado en O, de modo que el versor  $\hat{z}$  coincida con el eje del paraboloide; X'Y'Z': sistema cartesiano tridimensional, traslación del X Y Z al punto P; X''Y''Z'': sistema cartesiano tridimensional, rotación del X'Y'Z' alrededor del eje Y' en  $\theta/2$ ; de modo que el versor  $\hat{z}''$  coincida con la normal a la superficie en el punto P, en el caso que el concentrador sea perfecto;  $X_r Y_r$ : sistema cartesiano bidimensional, proyección de X e Y sobre  $\Pi_r$ ;  $\Delta f$ : distancia O'F, respecta del focal;  $\theta_{\max}$ : ángulo de apertura del concentrador ( $\theta < \theta_{\max}$ );  $\Pi_r$ : plano receptor:plano que contiene el receptor de radiación;  $\Omega, \xi$ : ángulos cenital y azimutal que definen el apartamiento de la normal a la superficie de un concentrador no perfecto, respecto de la que tendría si fuera perfecto;  $\hat{n}(p)$ : versor normal a la superficie en el punto P si el concentrador es perfecto;  $\hat{n}(np)$ : versor normal a la superficie en el punto P si el concentrador es no perfecto.

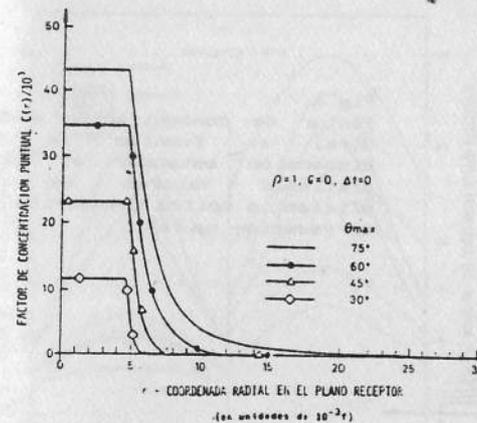


Fig. 2: Factor de concentración puntual  $C(r)$  en función de la coordenada  $r$  en el plano receptor para un concentrador parabólico de revolución perfecto con el plano receptor coincidente con el plano focal, para distintos valores de  $\theta_{\max}$ .

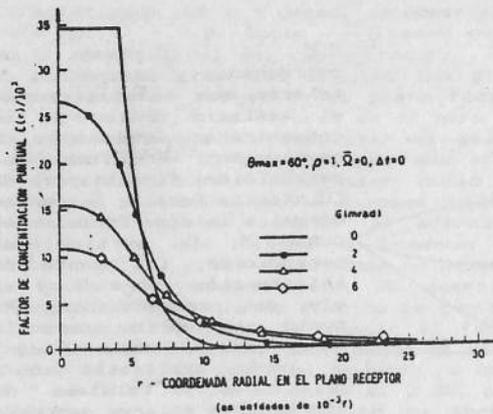
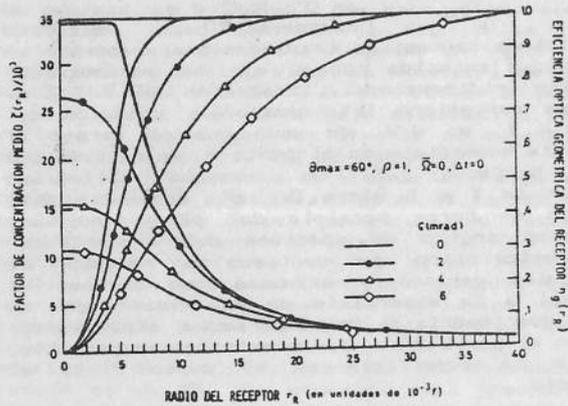


Fig. 3:  
Gráficos para un concentrador paraboloidal de revolución no perfecto con el plano receptor coincidente con el focal, para distintos valores de:

(a): factor de concentración puntual  $C(r)$  en función de la coordenada  $r$  en el plano receptor.



(b): factor de concentración medio  $\bar{C}(r)$  y eficiencia óptica geométrica del receptor  $\eta_g(r)$  en función del radio del receptor  $r$ .

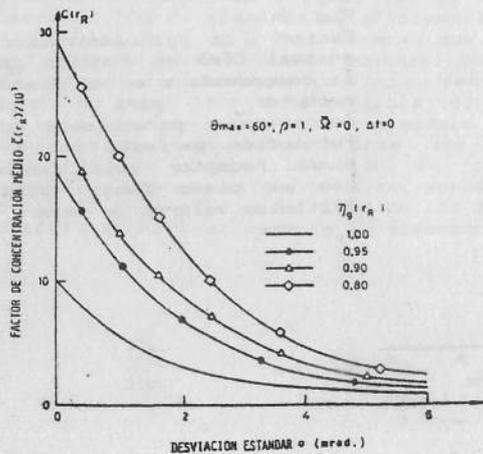


Fig. 4:  
Factor de concentración medio  $\bar{C}(r)$  en función de la dispersión estándar  $\sigma$ , para distintos valores de la eficiencia óptica geométrica en el receptor  $\eta_g(r)$ .

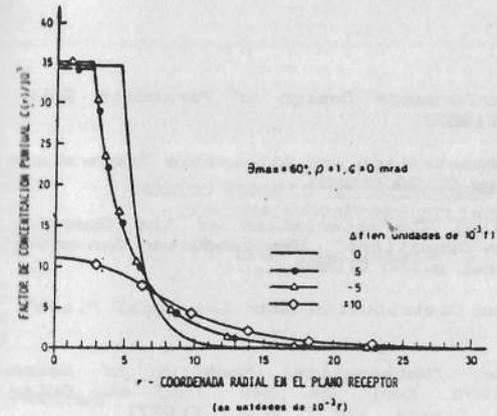


Fig. 5:  
Factor de concentración puntual  $C(r)$  en función de la coordenada  $r$  en el plano receptor para un concentrador paraboloidal de revolución perfecto ( $\sigma = 0$ ), para distintos valores del desplazamiento  $\Delta f$  del plano receptor.

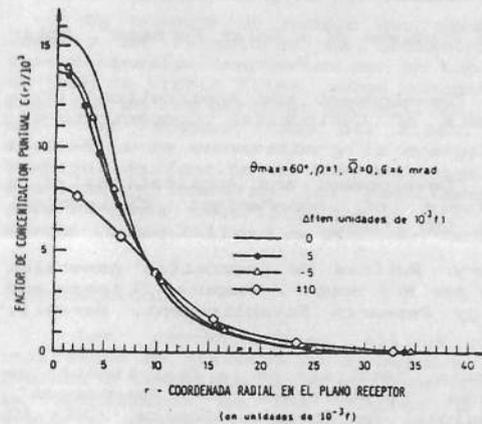


Fig. 6:  
Factor de concentración puntual  $C(r)$  en función de la coordenada  $r$  en el plano receptor, para un concentrador paraboloidal de revolución no perfecto con  $\sigma = 4$  mrad, para distintos valores del desplazamiento  $\Delta f$  del plano receptor respecto del focal.

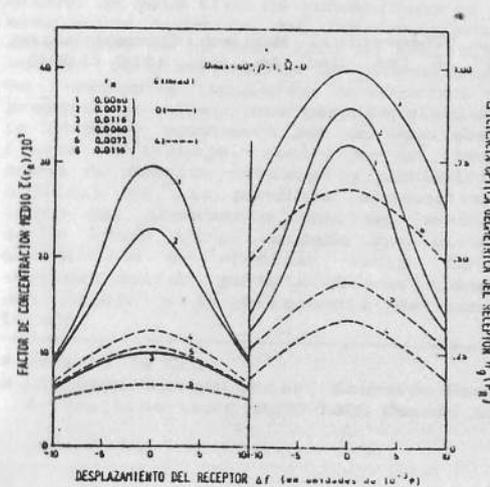


Fig. 7:  
Factor de concentración medio  $\bar{C}(r)$  y eficiencia óptica geométrica del receptor  $\eta_g(r)$  en función del desplazamiento  $\Delta f$  del plano receptor respecto del focal, para un concentrador paraboloidal de revolución no perfecto para varios valores del radio del receptor  $r$  y dos valores de  $\sigma$ .

#### Referencias:

- (1) R.W.Bliss, "Notes on Performance Design of Parabolic Solar Furnaces". Solar Energy 1, 22 (1957).
- (2) O.Kamada, "Theoretical Concentration and Attainable Temperature in Solar Furnaces". Solar Energy 9, 39 (1965).
- (3) D.I.Tepliakov, "Energetical Characteristics of the Specular Helio-equipment in Exploitation Conditions". Semiconductor Converter of Solar Energy. Ed Nauka, Moscú, p.160 (1968).
- (4) R:E.De La Rue et al. "Flux Distribution Near the Focal Plane". Solar Energy 1, 94 (1957).
- (5) F.Biggs y C.N.Vittitoe, "Mathematical Modeling of Solar Concentrators". Proc. Joint 1976. Conf. Am. Sec. ISES and Solar Energy Soc. Can. Inc. Winnipeg, Canadá, Vol 2, p 220 (1977).
- (6) N.Hukup and H.Mii, "Design Problems of a Solar Furnace". Solar Energy 4 1, 108 (1957).
- (7) J.C.Durán y R.O.Nicolás, "Development and Applications of a Two-Dimensional Optical Analysis of Cylindrical Concentrators". Solar Energy 25, 21 (1980).
- (8) J.C.Durán y R.O.Nicolás, "Development and Applications of a Two-Dimensional Optical Analysis of Non-Perfect Cylindrical Concentrators". Solar Energy 34, 257 (1985).
- (9) HARWELL Subroutine Library: Rutinas de propósitos generales cuyo catálogo ha sido compilado por M.J.Hopper, Computer Science and Systems Division, Atomic Energy Research Establishment, Harwell, Oxfordshire, England (1980).
- (10) L.E.Dawidowski y R.O.Nicolás, "Análisis de la Distribución de Intensidades en Concentradores Paraboloides de Revolución". Publicación de la Comisión Nacional de Energía Atómica. CNEA NT 9/87, Buenos Aires (1987).
- (11) R.O.Nicolás y J.C.Durán, "Theoretical Maximun Concentration Factors for Solar Concentrators". J. Opt. Soc. Am. A 1, 1110 (1984).