

# CONVECCION NATURAL BIDIMENSIONAL EN CAVIDADES SIMPLES PARTICIONADAS, Y DOBLEMENTE CONEXAS

LUIS CARDON  
INENCO, UNSA.  
BUENOS AIRES 177

## RESUMEN

Se presentan simulaciones numéricas de la convección natural en cavidades bidimensionales simples particionadas y doblemente conexas, rectangulares y rectangulares con el borde superior oblicuo.

El modelo se basa en la formulación temporal vorticidad-función de corriente acoplada a una ecuación de balance de energía.

Se discretiza mediante diferencias finitas centradas y se resuelve mediante direcciones alternantes y sobre-relajación sucesiva. El número de Rayleigh está limitado por el método de discretización empleado a valores menores a  $10^6$ .

En trabajos precedentes (1,2) se presentaron estados de avance sobre el mismo tema y aquí los resultados corregidos y validados además de ampliar las geometrías analizadas.

También se comenta la implementación de un método de discretización alternativo que permitirá resolver para números de Raileigh elevados.

## INTRODUCCION

Este trabajo está motivado en las frecuentes veces en que la convección natural es el mecanismo de pérdida, motor, o de distribución de calor en colectores y acumuladores de energía solar, en edificios calentados con energía convencional o no, o en la climatización de aquellos con energías naturales.

En los edificios solares, se promueve mediante el diseño adecuado, que lasos convectivos adecuados transporten calor de la zona de ganancia a lugares remotos. Los mismos principios se utilizan en climatización bioclimática.

En un caso particular, el diseño de un banco de germoplasma (3), se pretende extraer calor de las semillas almacenadas y radiar el mismo a través de un techo metálico a la atmósfera nocturna ( Abra Pampa, temperatura media de mínima en julio  $-14.5\text{ C}$  ). Un laso convectivo de aire sería el mecanismo caloportador. La fig. 1 muestra un corte esquemático del banco y su idealización a los fines de cálculo. Probablemente un análisis unidimensional hubiera bastado para algunos fines, dejando sin respuesta problemas relativos a la mejor configuración para el arranque diario del sistema y hubiera requerido el uso de coeficientes de fricción experimentales.

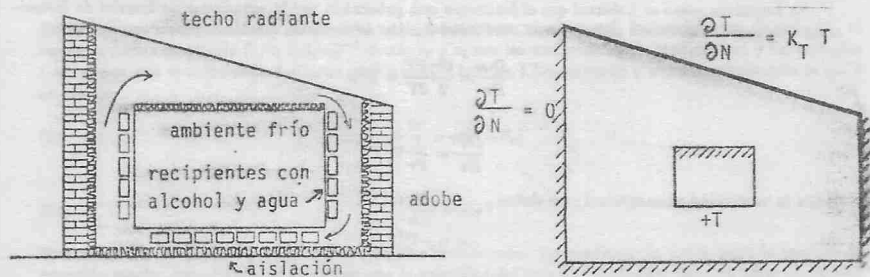


fig. 1

Otro caso de interés resulta el estudio de cavidades particionadas. Estas representan el comportamiento convectivo del aire entre dos habitaciones separadas por una puerta. Si bien el movimiento del aire resulta cualitativamente diferente entre el caso bidimensional, correspondiente a una puerta de gran apertura con el caso tridimensional como se debe tratar puertas de menor aperturas, existe evidencia experimental (13) de que los coeficientes convectivos correspondientes a ambos casos tienen muy poca diferencia.

Dado el escaso conocimiento sobre la convección en geometrías rectangulares no conexas, el autor no conoce bibliografía precedente en el tema, excepto análisis unidimensionales aplicables, se ha resuelto una serie de situaciones previas a la de interés, algunas ya mencionadas en la literatura, algunas de ellas aún novedosas pero de comportamiento más cercano a lo intuitivo, a fin de validar el programa. En el primer caso analizado, se validaron los resultados con cálculos similares gentilmente efectuados a tal propósito por Margarita Ruda del Instituto Balseiro (12). En otras se deberá esperar por otros cálculos o validación experimental.

El cálculo se basa en el procedimiento de Wilkes y Churchill (4) para cavidades rectangulares y se utilizaron entre otros los resultados de estos autores para la validación de parte del programa. La aplicación de diferencias finitas centradas o la serie de Taylor para la discretización de las derivadas implica suponer una dependencia lineal entre nodos de la variable dependiente y esto solo resulta aceptable como modelo para números de Ra bajos, característicos de diferencias de temperatura y dimensiones pequeñas ( $Pr = .733$ ,  $Ra = 10^6$ ,  $\Delta\theta = 5$  C,  $L = 5$  cm). Los cálculos presentados entonces todavía no satisfacen el propósito original propuesto, simular el comportamiento convectivo en grandes cavidades, si bien los programas desarrollados proporcionan la estructura necesaria para hacerlo a la brevedad.

Las dificultades mencionadas se pueden resolver utilizando esquemas tipo "corriente-arriba", como en el trabajo de Kublbeck et al. (5), esquemas "híbridos" como el de Spalding, o el de la "ley de la potencia" de Patankar, estos dos últimos como se describen en Patankar (6) y con aplicaciones recientes en contextos de similar interés al del presente, por ejemplo en los trabajos de Guo y Wu (7,8) y Gadgil et al. (9). En particular el método de discretización de Patankar (6) aplicado a la formulación vorticidad-función de corriente y adaptado para la resolución mediante el método de las direcciones alternantes desarrollado por Guo y Wu (8), se adapta perfectamente a los programas desarrollados en el presente trabajo y se han obtenido ya algunos resultados iniciales.

La implementación definitiva del esquema antes mencionado habrá un amplio panorama de experimentación numérica de la convección natural bidimensional, esta última restricción debida a la impracticidad de la formulación vorticidad-función de corriente en tres dimensiones.

Los resultados presentados se obtuvieron con una computadora tipo AT de 9 Mhz. El método de Wilkes y Churchill presenta la ventaja de no requerir iteración por paso de tiempo. No así el método de discretización de Patankar, por lo que la resolución de los problemas de interés práctico requerirán mayor esfuerzo computacional.

#### EL MODELO MATEMATICO

Se considera como es habitual que el fenómeno está gobernado por las ecuaciones no lineales de Boussinesq, que en la formulación adimensional vorticidad-función de corriente quedan expresadas por (4):

$$\frac{D\omega}{Dt} = \frac{Gr}{2} \frac{\partial T}{\partial Y} + \nabla^2 \omega$$

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{1}{Pr} \nabla^2 T$$

donde la vorticidad adimensional  $\omega$  se define

$$\omega = -\nabla^2 \phi$$

y la función corriente  $\phi$ , es tal que las velocidades adimensionales en las direcciones  $X$  e  $Y$  son

$$U = \frac{\partial \phi}{\partial Y}$$

2

La temperatura y demás parámetros se definen

$$T = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_2 - \theta_0}$$

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k}$$

$$Gr = \frac{g\beta(\theta_2 - \theta_1)d^3}{\nu^2}$$

$$X = \frac{x}{d}$$

$$Y = \frac{y}{d}$$

Esta formulación supone fluido newtoniano, incompresible, constancia de las propiedades del fluido,  $\mu$  y  $\rho$ , salvo en este último caso se permite la variación de la densidad con la temperatura en donde aparece asociada a las fuerzas de flotación:  $\rho = \rho_0(1 + \beta(\theta_2 - \theta))^{-1}$ . En la ecuación de la energía se desprecia la disipación viscosa. En las ecuaciones no aparece la presión como variable dependiente y puede resolverse adecuadamente en dos dimensiones.

#### CONDICIONES DE BORDE

Las ecuaciones 1 a 5 se resuelven proveyendo las condiciones de flujo de calor o temperatura, vorticidad y función de corriente en los bordes.

Para la ecuación de temperatura se consideraron tres tipos de condición de borde, tipo Dirichlet, Neumann y Robins, ésta última para tener en cuenta bordes con pérdidas de calor de tipo radiativo linealizadas. Siendo  $\eta$  perpendicular a un borde se tiene:

$$(6) \quad \theta = \theta_0 = cte.$$

$$(7) \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0$$

$$(8) \quad -k \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \epsilon \sigma (\theta^4 - \theta_c^4)$$

En la última ecuación la temperatura debe ser la temperatura absoluta y  $\theta_c$  la temperatura de cielo (1), el factor de forma se calcula  $(1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2)^{-1}$  donde  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_2$  son las emisividades de la atmósfera y del radiador (se supone que el techo radiador tiene conductividad infinita). Linealizando y adimensionalizando la ec. 8 se obtiene

$$(9) \quad -k \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \epsilon \vartheta (\theta - \theta_c)$$

$$(10) \quad \frac{\partial T}{\partial N} = K_T T$$

Esta última es la condición de borde tipo Robins mencionada. La condición de borde para la función de corriente resulta inmediata si se considera que la velocidad del fluido en los bordes debe ser cero. De las ec. (4) y (5) resulta  $\phi = cte.$ , y en forma arbitraria se toma igual a cero. Para la vorticidad, la condición de borde se evalúa a partir de su definición, ec. (3), suponiendo conocidos los valores de  $\omega$  en el interior del dominio de cálculo.

En las esquinas del obstáculo interno en los casos en que la geometría es doblemente conexa, la vorticidad y la función de corriente están indefinidas (11), constituyendo lo que se denomina un borde reentrante. Se describirá su tratamiento con la discretización de las condiciones de borde.

METODO DE DISCRETIZACION

La discretización espacial de las ec. 1, 2 y 3 se hace mediante diferencias finitas centradas, mientras que en las dos primeras la discretización temporal se hace en dos pasos mediante diferencias finitas hacia adelante con el método de las direcciones alternantes. Considerando una ecuación diferencial del tipo advección-difusión con un término de acoplamiento

$$(11) \quad \frac{\partial f}{\partial \tau} + U \frac{\partial f}{\partial X} + V \frac{\partial f}{\partial Y} = C_1 \nabla^2 f + C_2 \frac{\partial T}{\partial Y}$$

donde f puede ser temperatura o vorticidad con  $C_1 = 1/Pr$  y  $C_2 = 0$  en el primer caso y  $C_1 = 1$  y  $C_2 = Gr/2$  en el segundo. El primer paso se calcula para un tiempo intermedio  $((n+1)/2)\Delta\tau$  evaluándose las diferencias en la dirección X para dicho tiempo, mientras que las diferencias en Y se calculan para el tiempo conocido  $n/\Delta\tau$ . Utilizando  $\nabla_x^o, \nabla_{xx}^o, \nabla_y^o$  para los operadores que definen las diferencias centradas, para la primera derivada, segunda derivada y diferencia hacia adelante para la primera derivada respectivamente, resulta la ecuación implícita en X

$$(12) \quad \frac{f_{ij}^n - f_{ij}^{n+1}}{\Delta\tau/2} + U \nabla_x^o f_{ij}^n + V \nabla_y^o f_{ij}^n + C_1 (\nabla_{xx}^o f_{ij}^n + \nabla_{yy}^o f_{ij}^n) + C_2 \nabla_y^o T_{ij}^{n+1}$$

El segundo paso se calcula para el tiempo  $(n+1)\Delta\tau$ . Mediante la evaluación de las diferencias en X en el tiempo mencionado y las diferencias en el tiempo  $(n+1/2)\Delta\tau$ , cuyos valores se obtuvieron en el paso anterior, la ecuación discretizada resulta implícita en Y

$$(13) \quad \frac{f_{ij}^{n+1} - f_{ij}^n}{\Delta\tau/2} + U \nabla_x^o f_{ij}^n + V \nabla_y^o f_{ij}^{n+1} = C_1 (\nabla_{xx}^o f_{ij}^n + \nabla_{yy}^o f_{ij}^{n+1}) + C_2 \nabla_y^o T_{ij}^{n+1}$$

Efectuando las operaciones indicadas resulta para cada fila de puntos de la red

$$(14) \quad a_1 f_{i,j-1}^n + a_2 f_{ij}^n + a_3 f_{i,j+1}^n = d_1 f_{i-1,j}^n + d_2 f_{ij}^n + d_3 f_{i+1,j}^n + C_3 (T_{i,j-1}^{n+1} - T_{i,j+1}^{n+1})$$

y para cada columna

$$(15) \quad a_1 f_{i-1,j}^{n+1} + a_2 f_{ij}^{n+1} + a_3 f_{i+1,j}^{n+1} = d_1 f_{i,j-1}^n + d_2 f_{ij}^n + d_3 f_{i,j+1}^n + C_3 (T_{i,j-1}^{n+1} - T_{i,j+1}^{n+1})$$

Los valores de las constantes que aparecen en las ecuaciones 14 y 15 se calculan como se indica a continuación para el caso implícito en X. Para el caso implícito en Y debe reemplazarse los valores de U y DX por V y DY y viceversa.

$$\begin{aligned} a_1 &= -\frac{V}{2\Delta Y} - \frac{C_2}{\Delta Y^2} & d_1 &= \frac{U}{2\Delta X} + \frac{C_1}{\Delta X^2} \\ a_2 &= 2\left(\frac{1}{\Delta\tau} + \frac{C_1}{\Delta Y^2}\right) & d_2 &= 2\left(\frac{1}{\Delta\tau} - \frac{C_1}{\Delta X^2}\right) \\ a_3 &= \frac{V}{2\Delta Y^2} - \frac{C_2}{\Delta Y^2} & d_3 &= -\frac{U}{2\Delta X} + \frac{C_1}{\Delta X^2} \\ C_3 &= \frac{C_2}{2\Delta X} \end{aligned}$$

La simetría existente entre ambos casos facilita la programación del cálculo. Fila por fila y columna por columna se resuelve el problema como si fuera unidimensional. Las ecuaciones 14 y 15 conducen a sistemas tridiagonales que se resuelven mediante el algoritmo de Thomas.

La discretización de la ecuación 3 mediante diferencias finitas centradas

$$(16) \quad \nabla_{xx}^o \phi + \nabla_{yy}^o \phi = -\omega$$

conduce a

$$(17) \quad -4\phi_{ij} + (\phi_{i-1,j} + \phi_{i+1,j} + \phi_{i,j-1} + \phi_{i,j+1}) = -\omega_{ij} \Delta X^2$$

ecuación que se resuelve mediante Gauss-Seidel o sobrerelajación sucesiva.

$$(18) \quad \phi_{ij}^{m+1} = \phi_{ij}^m + \frac{W}{4} (\phi_{i-1,j}^m + \phi_{i+1,j}^m + \phi_{i,j-1}^m + \phi_{i,j+1}^m + \omega_{ij}^{m+1} \Delta X^2)$$

Cuando se resuelve sobre una geometría rectangular simple, el parámetro óptimo W puede calcularse según (8) como

$$W = \frac{8 - 4\sqrt{4 - \alpha^2}}{\alpha^2}$$

con

$$\alpha = \cos \pi/M + \cos \pi/N$$

donde M y N son los números totales de puntos de la red en las direcciones x e y respectivamente. Esta relación puede usarse como primera aproximación en geometrías distintas.

Método de discretización de Patankar.

A diferencia del método de discretización de Wilkes y Churchill en el que las derivadas primera y segunda de la función f de las ecuaciones 12 y 13 se discretizan independientemente mediante diferencias finitas centradas, Patankar agrupa ambos términos en unos solo y lo discretiza mediante la aplicación de la "ley de la potencia", de la siguiente manera para la ecuación implícita en Y

$$(18) \quad \left( U \frac{\partial f}{\partial Y} - \frac{\partial^2 f}{\partial Y^2} \right) = a_{ij} f_{ij} - a_{i,j-1} f_{i,j-1} - a_{i,j+1} f_{i,j+1}$$

$$a_{ij} = a_{i,j+1} + a_{i,j-1}$$

$$a_{i,j+1} = \frac{1}{\Delta Y^2} A(|p_{i,j+1/2}|) + \frac{1}{\Delta Y} [|U_{i,j+1/2}, 0|]$$

$$a_{i,j-1} = \frac{1}{\Delta Y^2} A(|p_{i,j-1/2}|) + \frac{1}{\Delta Y} [|U_{i,j-1/2}, 0|]$$

se podría escribir para el término de convección-difusión con derivadas en X una ecuación similar. aquí la ley de la potencia esta dada por

$$A(|p|) = \left[ \left| 0, \left( 1 - \frac{|p|}{10} \right)^5 \right| \right]$$

donde  $[|a, b|]$  significa el máximo entre a y b y

$$U_{i,j\pm 1/2} = 1/2(U_{ij} + U_{i,j\pm 1})$$

$$U_{ij}^{n+1/2} = 1/2(U_{ij}^n + U_{ij}^{n+1})$$

$$p_{i,j\pm 1/2} = 1/2(U_{i,j\pm 1/2})$$

Al igual que en el caso anterior las ecuaciones discretizadas en X e Y conducen a sistemas tridiagonales de fácil resolución. La ventaja de este método estriba en que la matriz resulta diagonal dominante y siempre converge.

DISCRETIZACION DE LAS CONDICIONES DE BORDE

Se describirá la discretización de las condiciones de borde para la temperatura y su introducción en los sistemas algebraicos dados por las ecuaciones 14 y 15. Se toma como ejemplo la línea definida por  $i=i_{min} \dots i=i_{max}$ ,  $J=0$ , en la ecuación 14 implícita en Y. La aplicación de las condiciones de borde modifica los coeficientes  $a_3$  y  $d_3$  (suma de los términos independientes) en la primera ecuación del sistema ( $i=i_{min}$ ) y  $a_1$  y  $d_1$  en la última ecuación del sistema ( $i=i_{max}$ ). Los valores de  $i_{min}$  y  $i_{max}$  serán distintos según el tipo de condición de borde y de la geometría del mismo.

En la TABLA I se esquematizan las distintas situaciones de borde analizadas, cómo se modifican los coeficientes y los valores  $\omega_{i,j}$  o  $\omega_{i,j}^n$  que debe tomarse en cada caso. En su derivación se emplearon diferencias finitas centradas y condición de reflexión en el caso de bordes adiabáticos.

La discretización de la función de corriente en el borde no presenta dificultad alguna, en cambio en la derivación de las condiciones de borde para la vorticidad resulta la principal dificultad de la formulación vorticidad- función de corriente (10). En este trabajo se ha empleado la misma fórmula que Wilkes y Churchill (4), obtenida a partir de la definición de vorticidad, ecuación 3, que reescribiremos

$$(19) \quad \omega(y,0) = -\left(\frac{\partial^2 \phi(y,0)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi(y,0)}{\partial x^2}\right)$$

Por nuestra elección de  $\phi = cte = 0$  en el borde, la derivada segunda en X en la ecuación 19 es cero. Se evalúa la derivada segunda en Y mediante expansión en serie de Taylor alrededor de uno o dos puntos hacia el interior de la red, resultando las fórmulas

$$(20) \quad \omega_{i,0}^{n+1} = -2 \frac{\phi_{i,j}}{\Delta Y^2}$$

$$(21) \quad \omega_{i,0}^{n+1} = \left(\frac{\phi_{i,2} - 8\phi_{i,1}}{2\Delta Y^2}\right)$$

### ALGORITMO Y METODOLOGIA DE RESOLUCION

El algoritmo de resolución según Wilkes y Churchill con que se calcularon los resultados presentados es el siguiente

- 1) Se supone  $T_{i,j}^n = \omega_{i,j}^n = \phi_{i,j}^n = U_{i,j}^n = V_{i,j}^n = 0$ .
- 2) Se calcula  $T_{i,j}^{n+1/2}$  implícito en Y, ec. 14, luego con estos  $T_{i,j}^{n+1}$  implícito en X, ec. 15.
- 3) Con los valores de temperatura obtenidos se calcula  $\omega_{i,j}^{n+1/2}$  implícito en Y, ec 14, y con estos  $\omega_{i,j}^n$  implícito en X, ec 15.
- 4) Con los valores de vorticidad en el interior del dominio y con los valores de vorticidad en el paso de tiempo anterior en el borde se calcula la función de corriente  $\phi_{i,j}$ , ec 18.
- 5) Con los valores de la función de corriente se calcula la vorticidad en los borde, ec. . .
- 6) Con los valores de la función de corriente se calcula las velocidades  $U_{i,j}^{n+1}$  y  $V_{i,j}^{n+1}$
- 7) Se repite desde 2 para un nuevo paso de tiempo.

Como se ve no es estrictamente necesaria una iteración por cada paso de tiempo lo que hace al metodo relativamente rápido.

Como la región discretizada es doblemente-conexa, la programación de la solución tiene en cuenta los límites geométricos y las condiciones de borde en la zona donde se hace el barrido, sea implícito en Y o en X. La fig. 2 muestra en forma esquemática las zonas y condiciones de borde correspondientes a la ecuación de temperatura para uno de los casos resueltos. La zona puede estar comprendida por una o más filas o columnas con condiciones de borde similares.

El algoritmo de Patankar bajo implementación, a diferencia del algoritmo usado si requiere una iteración en cada paso de tiempo a fin de calcular las velocidades en el tiempo  $(n+1)\Delta\tau$  que aparecen explícitamente en la discretización de las ecuaciones, además de la velocidades en el tiempo  $n\Delta\tau$ . El algoritmo entonces, según Guo Y Wu (8) es el siguiente

- 1) Se conoce  $U^n$  y  $V^n$  y se supone valores para  $U^{n+1}$  y  $V^{n+1}$ , y se utiliza estos valores para calcular las nuevas temperatura  $\theta^{n+1}$  ( esto se hace en dos pasos como en el caso anterior )
- 2) Usando los datos disponibles para  $U^n, V^n, U^{n+1}, V^{n+1}, \theta^n$  y  $\theta^{n+1}$  se calcula, también en dos pasos los nuevos valores  $\omega^{n+1}$ .
- 3) Con los valores de  $\omega^{n+1}$  y  $\omega^n$  en el borde se calcula mediante la ecuación 18  $\phi^{n+1}$ .
- 4) Con los nuevos valores de la función de corriente se calcula aplicando diferencias finitas centradas a las ecuaciones 4 y 5 nuevos valores de  $U^{n+1}$  y  $V^{n+1}$ .
- 5) Con estos últimos valores para la velocidades se reinicia el cálculo en un ciclo iterativo hasta que  $\omega_{i,j}^{k+1} - \omega_{i,j}^k \leq \epsilon$  o  $\theta_{i,j}^{k+1} - \theta_{i,j}^k \leq \epsilon$
- 6) Una vez hallada la convergencia se calcula un nuevo paso de tiempo.

El uso de este algoritmo requiere muy poca iteración para obtener resultados convergidos en temperatura y alrededor de 5 iteraciones por paso de tiempo para obtener errores maximos absolutos en vorticidad del orden de 2 milésimas.

TABLA I

<p>1) <math>T = cte.</math></p> <p><math>a_2 T_{i,1} + a_3 T_{i,2} = D - a_1 T_{i,0}</math></p>	<p>2) <math>\frac{\partial T}{\partial Y} = 0</math></p> <p><math>T_{i,-1} = T_{i,1}</math> <math>a_2 T_{i,0} + (a_1 + a_3) T_{i,1} = D</math></p>
<p>3) <math>\frac{\partial T}{\partial Y} = q = cte.</math></p> <p><math>(a_2 - a_1) T_{i,1} + a_3 T_{i,2} = D - a_1 T_{i,0} + Yq</math></p>	<p>4) <math>\frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{q}{K_T} = \frac{q}{K_T}</math></p> <p><math>(\frac{a_1}{1 - YK_T} + a_2) T_{i,1} + a_3 T_{i,2} = D - a_1 T_{i,0} + Yq</math></p>
<p>5) <math>\frac{\partial T}{\partial N} = 0</math></p> <p><math>T_{i,B+1} = T_{i+1,B}</math> <math>T_{i-1,B} = T_{i+1,B}</math></p> <p><math>a_1 T_{i,B-1} + a_2 T_{i,B} = D - a_3 T_{i,B+1}</math></p>	<p>6) <math>\frac{\partial T}{\partial N} = K_T T</math></p> <p><math>a_1 T_{i,B-2} + a_2 T_{i,B-1} = D - \frac{a_3}{(1 - K_T)} T_{i+1,B-1}</math></p>

## RESULTADOS

Los resultados que se presentan se obtuvieron con un doble propósito, el primero de los cuales fué resolver la situación planteada en la introducción, para la cual el comportamiento convectivo simulado no concordió con las expectativas intuitivas de que se formara un lazo convectivo alrededor del obstáculo. Esto originó la necesidad de probar el programa en situaciones similares. A posteriori notamos que esta aparente falla, se debe a que las condiciones de borde impuestas para la función de corriente, que establece que el flujo neto de masa por los canales convectivos es cero.

En todos los casos en que fué posible, esto es en aquellos donde la geometría doblemente conexa pudo ser reducida a una geometría simplemente conexa por desvanecimiento del obstáculo, se validó la solución obtenida con la solución de Wilkes y Churchill (3) para el cuadrado simple con diferencia de temperatura aplicada en los bordes laterales y bordes superior e inferior con resultados positivos.

En la fig. 3 se muestran las isotermas y líneas de corriente para tres corridas con una cavidad cuadrada de lado adimensional unitario, resuelta con una red de 20X20 puntos interiores y con un obstáculo interno censurado de 6X6 puntos. Se mantiene una diferencia de temperatura entre los lados de la cavidad mientras que su techo y piso son adiabáticos, como así también el obstáculo interno.

Las corridas se hicieron con un paso de tiempo adimensional de .001 para observar el arranque de la convección y se calculó hasta alcanzar el estado estable, que en general, para los casos con obstáculo interno se alcanza antes que para los casos sin el mismo.

El caso mostrado en la fig. 3 es el único en que se observó la permanencia de un lazo convectivo alrededor del obstáculo hasta el estado estable. Debe tenerse en cuenta que se utilizaron números de Ra bajos,  $Ra=20000$  y 60000 respectivamente. Este caso fue validado en el Instituto Balseiro por Margarita Ruda con el programa SPCONVEC.

La fig. 4 muestra un caso similar en cuanto a las condiciones de borde de la cavidad. Las paredes del obstáculo interno tienen las mismas temperaturas que las de las paredes de la cavidad y su techo y piso también tienen una variación lineal.

En este caso, el lazo convectivo inicialmente formado desaparece al poco tiempo.

En la fig. 5 se muestran situaciones con el borde oblicuo. En ellas se aplica una diferencia de temperatura entre los lados de la cavidad, y techo y piso son adiabáticos. El obstáculo interno se mantiene a  $T=0$  en los dos últimos casos. En el primer caso mostrado en la fig. 6 se ha intentado promover la convección alrededor del obstáculo mediante temperaturas adecuadas en sus bordes, sin obtener la formación de un lazo convectivo. Este comportamiento, también observado en los casos precedentes se debe probablemente al bajo número de Ra empleado. Los otros dos casos mostrados en la fig. 6 corresponden a una cavidad aislada salvo en el techo, con un obstáculo aislado en el techo. La diferencia de temperatura se establece entre el techo de la cavidad y el obstáculo a temperatura superior. Tampoco se establece el lazo convectivo alrededor del obstáculo.

## CONCLUSION

Se desarrolló una serie de programas para simular la convección natural en cavidades trapezoidales simple o doblemente conexas, y simplemente conexas particionadas.

Se buscó configuraciones en las que se establecieran lazos convectivos alrededor de un obstáculo dentro de la cavidad, no habiendo aparecido estos en la mayoría de los casos estudiados. El programa se validó a través de la solución del cuadrado simple con una diferencia de temperatura aplicada en las paredes laterales, obteniéndose resultados satisfactorios. También se corroboró los resultados en unos de los casos con los resultados calculados independientemente. Se concluye que el programa, se encuentra en un estado avanzado de depuración de errores. Debe notarse que la no aparición de lazos convectivos alrededor del obstáculo como es de esperarse intuitivamente, se debe a las condiciones de borde aplicadas para la función de corriente, que establecen que el flujo neto en los canales de flujo deben ser cero. Esta es una dificultad de difícil remoción con la formulación vorticidad función de corriente empleada. Concluimos entonces que para las cavidades doblemente conexas, el problema matemático se resuelve correctamente, aunque no representa la situación física objeto del estudio. En los casos en que la geometría es simplemente conexa, los resultados son correctos.

## REFERENCIAS

- 1.- Cardón L. I. De Paul. Convección natural bidimensional en sistemas solares. Estado de avance. Actas la 10ma Reunión de ASADES, Neuquen, 1985.
- 2.- Cardón L. I. De Paul. Convección natural bidimensional en lazos convectivos. Estado de avance. Act de la 11va Reunión de ASADES, San Luis, 1986.
- 3.- Cardón L. I., Saravia et. al. "Generación de bajas temperaturas mediante radiación nocturna en Zona Andina". Actas de la 8va Reunión de ASADES, Santa Rosa, 1983.
- 4.- Wilkes J. O., S. W. Churchill. The finite-difference computation of natural convection in a rectangular enclosure. AICHE Journal Vol. 12, N°1, pag. 161-166.
- 5.- Kubbeck K. G.P. Merker y J. Straub. Advanced numerical computation of two-dimensional temperature dependent free convection in cavities. Int. J. Heat Mass Transfer and Fluid Flow, Vol 23, 1980, pag 2021-217.
- 6.- Patankar S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere, 1980.
- 7.- Guo K.L y S.T. Wu. A numerical study of the natural convection in a rectangle with various aspect ratios and inclination angle for a solar energy system. Solar Engineering Proceedings of the ASME Solar Energy Division. Sixth Annual Conference, Las Vegas, 1984.
- 8.- Guo K. L. y S.T. Wu. Numerical study of flow and temperature stratification in a liquid thermal storage tank. Journal of Solar Engineering. Transaction of the ASME, Vol 107, febrero 1985.
- 9.- Gadgil A. F., F. Baumann, R. Kammerud. Natural convection in passive buildings: experiments and results. Passive Solar Journal, Vol 1, Jan. 1982.
- 10.- Peyret R., T. D. Taylor. Computational methods for fluid flow. Springer Verlag, 1983.
- 11.- Crochet M. J., A.R. Davies, K. Walters. Numerical simulation of non-newtonian flow. Elsevier, 1984.
- 12.- Ruda M., comunicación personal, Instituto Balseiro, 1988.
- 13.- Barakat S. A. Inter-zone convective heat transfer in buildings: a review. Journal of Solar Engineering, Vol 1987, Vol 109, pag 71-78.

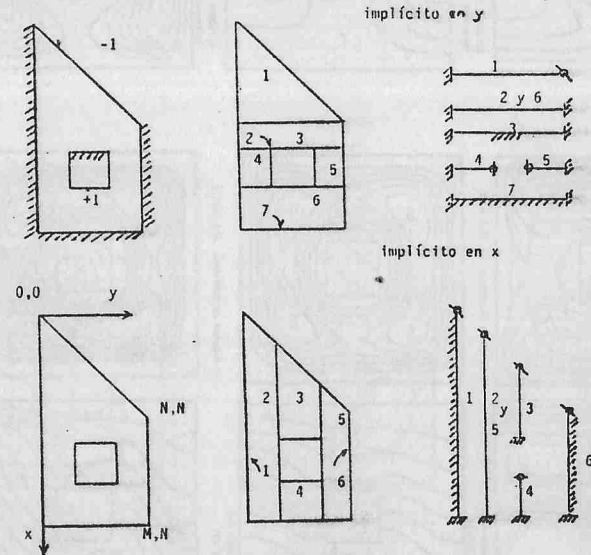


fig. 2

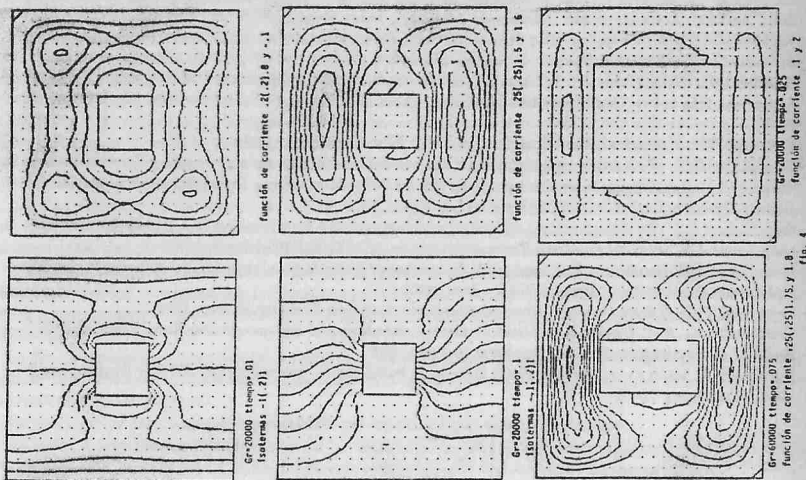


Fig. 4

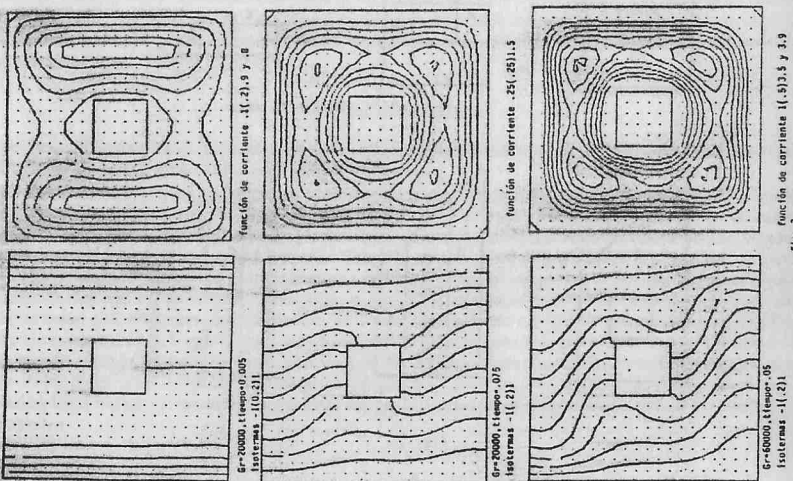


Fig. 3

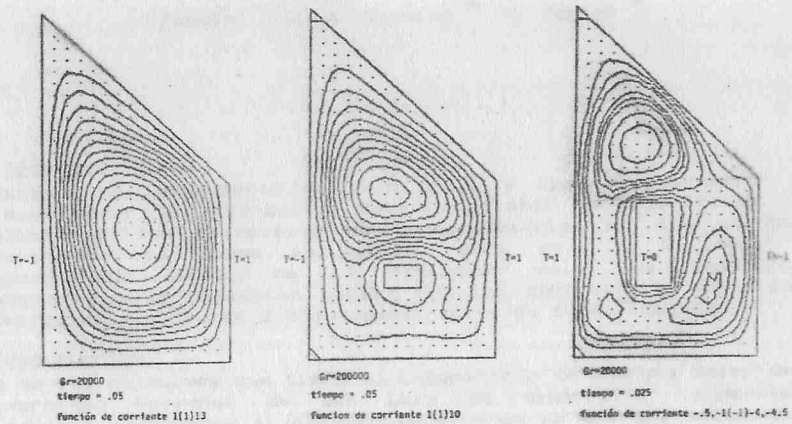


Fig. 5

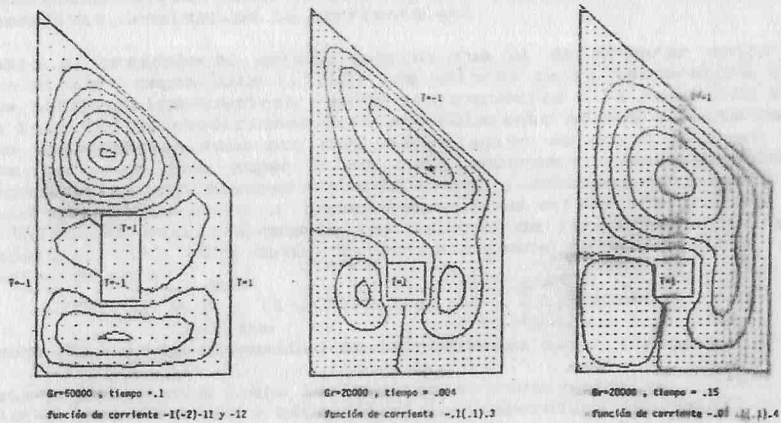


Fig. 6