

MODELACIÓN, SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE UN SISTEMA HÍBRIDO AISLADO DE GENERACIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA

Alejandro Hoese

Área de Energías Alternativas - Inst. de Mecánica Aplicada
 Facultad de Ingeniería - Univ. Nacional de San Juan
 Fax N°: +64 213672 - Tel.: +64 211700 int. 320
 Av. Gral. San Martín 1109 (O) - 5400 San Juan - Argentina

ABSTRACT

Se presentan modelos matemáticos sencillos y precisos, de los distintos elementos intervinientes en la generación de energía eléctrica de baja potencia: celdas y paneles fotovoltaicos, seguidores de máxima potencia, generadores eólicos y baterías de plomo-ácido. Los modelos son diseñados de tal manera que sólo los datos técnicos comunes suministrados por los fabricantes son necesarios para la determinación de los parámetros de los mismos. En la comparación entre las curvas características y los resultados de la simulación se observa una gran exactitud en los modelos. Éstos son utilizados en la simulación y análisis de un sistema híbrido aislado de baja potencia. Los datos meteorológicos son extraídos del "Test Reference Year" de la Comunidad Económica Europea, y la simulación se realiza para un sistema situado en la localidad de Valentia - Irlanda.

1. Generadores fotovoltaicos:

Las relaciones de corriente y tensión que se producen en el circuito celda-carga pueden ser establecidas por medio de *circuitos equivalentes*, como el que se preseta en la fig. 1, donde las imperfecciones que conducen a producir corrientes de pérdida a través de la juntura P-N están representadas por la resistencia R_{sh} , y los efectos parásitos por R_s . Existen circuitos equivalentes más precisos, que tienen en cuenta la naturaleza distribuída de la corriente generada y de las resistencias shunt y serie, y la interdependencia entre ellas. Otros modelos se basan en el "modelo de dos diodos" para aproximarse mejor al comportamiento de las celdas reales [1].

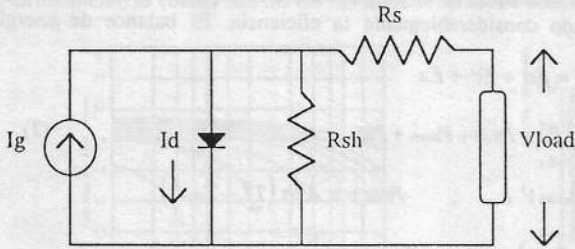


Fig. 1.- Circuito equivalente de una celda fotovoltaica.

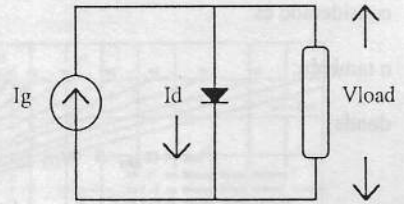


Fig. 2.-

Para el modelo de la fig. 1 tenemos:

$$I_{load} \left(1 + \frac{R_s}{R_{sh}} \right) = I_g - I_d - \frac{V_{load}}{R_{sh}}$$

1.1 Modelo simplificado:

Puesto que los valores típicos para celdas de Si son $R_s < 0.5 \Omega$, $R_{sh} > 500 \Omega$, y para la máxima generación de energía $V_{load} \cong 500 \text{ mV}$, $I_{load} \cong 25 \text{ mA}$, es posible eliminar las resistencias para obtener un modelo simplificado (fig. 2). Aún cuando esta simplificación no introduce grandes errores, se "ajustan" los parámetros del modelo con la ayuda de las curvas características. Para nuestro modelo simplificado:

$$I_{load} = I_g - I_d$$

donde

$$I_g = \alpha(T) \phi(t) \quad ; \quad I_d = I_o(T) \left(\exp\left(\frac{q V_{load}}{\eta k T}\right) - 1 \right) \quad ; \quad I_o(T) = \frac{k_o T^5}{\exp\left(\frac{q E_g}{\eta k T}\right) - 1}$$

Definimos los siguientes parámetros:

$$\beta(T) = \frac{q}{\eta k T} \Rightarrow \beta_o = \beta(T_o)$$

$$\tau(T) = T_o/T \Rightarrow \tau(T_o) = 1$$

$$I_o(T) = I_{oo} \tau^{-\delta} \exp(\beta_o E_g (1 - \tau(T))) \Rightarrow I_{oo} = I_o(T_o)$$

entonces:

$$I_{load}(\phi, T) = \alpha \phi(t) - I_o(T) (\exp(\beta(T) V_{load}(t)) - 1) \quad (1)$$

Para resolver (1) es necesario encontrar los parámetros α , β_o , I_{oo} , δ con ayuda de las curvas características. E_g es conocido por el material de la juntura P-N ($E_g = 0.67$ V para Ge y $E_g = 1.11$ V para Si).

Los parámetros se encuentran con las siguientes relaciones:

$$\alpha = \frac{I_{sc}}{\phi_o} \quad ; \quad I_{oo} = \frac{I_{sc}}{\exp(\beta_o V_{oc}) - 1} \quad ; \quad \beta_o = \ln\left(1 - \frac{I_p}{I_{sc}}\right) (V_p - V_{oc})^{-1}$$

en donde I_{sc} , V_{oc} , I_p , V_p son los 3 puntos característicos de *corriente de cortocircuito*, *tesión de circuito abierto*, y *punto de máxima potencia* de las celdas a radiación standard ($\phi_o = 1000$ W/m²) y temperatura standard ($T_o = 25$ °C).

Para la determinación de δ son necesarios 2 puntos ($I_{sc}(T)$, $V_{oc}(T)$) de las curvas características a una temperatura T distinta de T_o :

$$\delta = -\ln\left(\frac{I_{sc}(T) \exp(\beta_o E_g (\tau - 1))}{I_o(T) \exp(\beta(T) V_{oc}(T)) - 1}\right) (\ln \tau)^{-1}$$

1.2. Modelo térmico de las celdas:

La energía generada por las celdas depende en gran medida de la temperatura. Debido a que están expuestas a radiación, la temperatura incrementa reduciendo considerablemente la eficiencia. El balance de energía considerado es:

$$E_R = E_G + E_c + E_A$$

o también:

$$P_{sol} = P_{el} + P_{rad} + P_{conv} + P_{ac} \quad (2)$$

donde:

$$P_{sol} = \alpha_{abs} A \phi_d(t) \quad ; \quad P_{el} = V I \quad ; \quad P_{rad} = \varepsilon A \sigma (T^4 - T_{sky}^4)$$

$$P_{conv} = h_p A (T - T_{amb}) \quad ; \quad P_{ac} = m c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

La ecuación (2) se resuelve para un intervalo de tiempo $\Delta t = \Delta\tau/10$, donde $\Delta\tau$ es el intervalo de simulación:

$$T^{k+1} = T^k + \frac{\Delta\tau A \left[\alpha_{abs} \phi_d(t) - \varepsilon \sigma (T^k)^4 - \varepsilon_s T_{amb}^4 \right] - h_p (T^k - T_{amb}) - V I}{10 m c_p}$$

para $k = 0, 1, 2 \dots, 9$ y:

$$T^0 = T(t)$$

$$T^9 = T(t + \Delta\tau)$$

$$\Delta\tau \leq 3600 \text{ seg } (= 1 \text{ hr})$$

1.3 Seguidor de punto de máxima potencia (MPPT)

El MPPT es un dispositivo electrónico que posiciona el punto de trabajo de las celdas fotovoltaicas en el punto de máxima potencia, (I_p ; V_p) independientemente de la carga. Funciona con la misma energía generada por las celdas, y normalmente su eficiencia es de aproximadamente 95%.

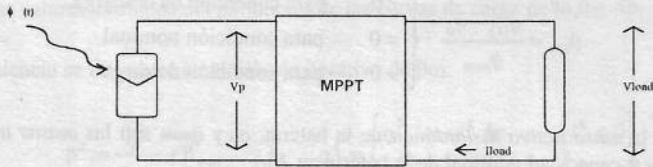


Fig. 3.- Diagrama circuital con MPPT

Las relaciones de potencia arrojan la siguiente fórmula:

$$F(V_p) := \exp(\beta(T)V^k) (\beta(T)V^k + 1) - \left(\frac{I_{sc}}{I_o(T)} \phi_N + 1\right) = 0 \quad \forall T \quad (3)$$

donde:

$$\phi_{N(T)} := \frac{\phi(T)}{\phi_o} = \text{radiación normalizada}$$

La ecuación (3) es una función implícita no-lineal de $V(T)$, que posee un solo cero, para el valor de $V(T) = V_p(T)$, es decir para el punto de tensión de máxima potencia a la temperatura T . La ecuación (3) se resuelve utilizando el método de Newton:

$$V^{k+1} = V^k - \frac{\exp(\beta(T)V^k) (\beta(T)V^k + 1) - \left(\frac{I_{sc}}{I_o(T)} \phi_N + 1\right)}{\beta(T) \exp(\beta(T)V^k) (\beta(T)V^k + 2)}$$

con:

$$V^{k+1} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} V_p(T) \quad \text{y} \quad V^0 = V_p(T_o)$$

2. Baterías de plomo-ácido:

Normalmente se cuenta con las curvas características de carga y descarga para condiciones standard (fig. 4a,b):

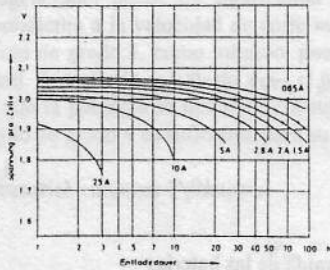


Fig. 4a.- Tensión de descarga a corriente constante

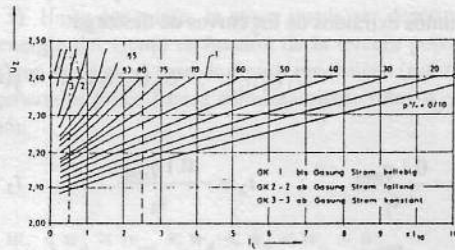


Fig. 4b.- Tensión de descarga a distintos niveles de carga de la batería.

Shepherd [2] describe las curvas de descarga de la fig. 4a. con la ecuación empírica:

$$U(t) = U_o - G j t - \rho j - k j \frac{q_o}{q_o - j t}$$

donde:

$U(t)$ = voltaje de la batería en el tiempo de descarga.

j = densidad de corriente de descarga (constante).

U_o, G, ρ, k, q_o = parámetros internos de la batería.

El modelo de Shepherd no incorpora explícitamente el nivel de carga de las baterías, parámetro de importancia en el control de carga y descarga de las mismas. Además, en principio, el modelo describe solamente las curvas de descarga. En orden a obtener un solo modelo que describa ambos tipos de curvas, incorporando como variable explícita el nivel de carga de las baterías, se busca una modificación del modelo de Shepherd, en la cual definimos el "coef. de condición de carga" $\beta(t)$ como:

$$\beta_{(t)} = \frac{q_{(t)} - q_o}{q_{nom}} \begin{cases} < 0 & \text{para condición de descarga} \\ = 0 & \text{para condición nominal} \\ > 0 & \text{para condición de carga} \end{cases}$$

donde $q_{(t)}$ representa la *masa activa instantánea* de la batería, q_o y q_{nom} son las *masas iniciales y nominales* respectivamente (q_{nom} = capacidad nominal de la batería en Ah).

El modelo ahora es descrito por las siguientes ecuaciones:

$$U = \begin{cases} U_o + H \beta_{(t)} + i \left(\Gamma_d + p_d \frac{\beta_{min}}{\beta_{min} - \beta_{(t)}} \right) & ; i < 0 \\ U_o + H \beta_{(t)} + i \left(\Gamma_c + p_c \frac{\beta_{max}}{\beta_{max} - \beta_{(t)}} \right) & ; i > 0 \end{cases} \quad (4)$$

donde:

$$\beta_{min} = \beta_{(t)} \Big|_{q_{(t)}=0} \quad ; \quad \beta_{max} = \beta_{(t)} \Big|_{q_{(t)}=q_{max}}$$

Para resolver la ecuación (4) es necesario encontrar los parámetros internos: U_o , H , Γ_d , p_d , Γ_c , p_c , β_{min} , β_{max} . De las curvas de descarga, obtenemos:

$$H = \frac{(U_1 - U_3)i_2 - (U_2 - U_4)i_1}{0.9(i_2 - i_1)} \quad ; \quad U_o = U_1 - i_1 B + 0.1 H$$

$$\beta_{min} = - \left(\frac{0.05 B - 1.4 D + 1.35 F}{0.50 B - 1.4 D + 0.90 F} \right) \quad ; \quad \Gamma_d = \frac{(1 + \beta_{min}) D - (0.1 + \beta_{min}) B}{0.9}$$

$$p_d = (\Gamma_d - B)(1 - 0.1/\beta_{min})$$

donde:

$$B = \frac{U_1 - U_2}{i_1 - i_2} \quad ; \quad D = \frac{U_3 - U_4}{i_1 - i_2} \quad ; \quad F = \frac{U_5 - U_o + 1.5 H}{i_2}$$

y los puntos extraídos de las curvas de descarga:

$$U_1(t_1; i_1) \quad ; \quad U_2(t_2; i_2) \quad ; \quad U_3(t_3; i_1) \quad ; \quad U_4(t_4; i_2) \quad ; \quad U_5(t_5; i_2)$$

donde:

$$t_1 = - \frac{0.1 q_{nom}}{i_1} \quad ; \quad t_2 = - \frac{0.1 q_{nom}}{i_2} \quad ; \quad t_3 = 10 t_1 \quad ; \quad t_4 = 10 t_2 \quad ; \quad t_5 = - \frac{1.5 q_{nom}}{i_1}$$

con:

- i_1 = máxima corriente de las curvas de descarga a ser extraída de las baterías
- i_2 = mínima corriente de las curvas de descarga a ser extraída de las baterías

De las curvas de carga:

$$\beta_{max} = \frac{\beta_2 (J_1 - J_2)(\beta_3 - \beta_1) - \beta_3 (J_1 - J_3)(\beta_2 - \beta_1)}{(J_1 - J_2)(\beta_3 - \beta_1) - (J_1 - J_3)(\beta_2 - \beta_1)} \quad ; \quad \Gamma_c = \frac{J_2 (\beta_{max} - \beta_2) - J_1 (\beta_{max} - \beta_1)}{(\beta_1 - \beta_2)}$$

$$p_c = (J_1 - J_2) \left(1 - \frac{\beta_1}{\beta_{max}} \right)$$

donde:

$$\beta_k = 0.01 Q_k \quad ; \quad J_k = \frac{U^* - U_o - \beta_k H}{i_k} \quad \text{para } k = 1, 2, 3.$$

y los puntos extraídos de las curvas de carga:

$$i_k = (U^*, Q_k) \quad \text{para } k = 1, 2, 3. \quad \text{y} \quad U^* = 2.4 V$$

Q_1, Q_2, Q_3 son tres valores extraídos del parámetro de las curvas de carga de la fig. 4b: $p\% = Q$.

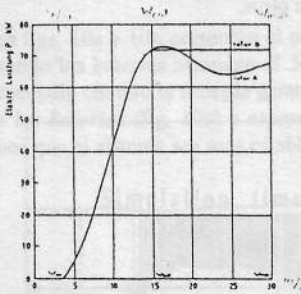
El efecto de la eficiencia se introduce en el cálculo iterativo de $\beta(t)$:

$$\beta^k = \frac{q^k}{q_{nom}} + \beta_{min} \quad ; \quad q^k = \begin{cases} q^{k-1} + i^k \Delta\tau & (i^k \leq 0) \\ q^{k-1} + i^k \eta_{Ah} \Delta\tau & (i^k > 0) \end{cases}$$

donde η_{Ah} es el "rendimiento amper-hora" de la batería, y $\Delta\tau$ el intervalo de simulación.

3. Generadores eólicos:

Para el cálculo de la potencia entregada por un generador eólico, normalmente es suficiente la curva característica estacionaria de potencia en función de velocidad de viento, normalmente brindada por el fabricante (fig. 5).



Para la simulación, es necesario traducir esta curva en una representación matemática, que puede estar dada por tablas o interpolaciones polinomiales entre puntos (ej. *B-splines*). La representación por tablas implica tener una gran cantidad de puntos almacenados, lo que hace que el algoritmo de búsqueda sea lento. Con la interpolación polinomial el problema es similar, puesto que es necesario primero identificar el intervalo de interpolación y luego resolver el polinomio. Un método más eficaz es describir la curva mediante una sola ecuación, obtenida por ejemplo con mínimos cuadrados, lo que no siempre asegura una interpolación exacta.

Fig. 5.-

A continuación se propone representar la curva mediante 2 polinomios de 4° grado: la curva característica de un aerogenerador puede ser subdividida "naturalmente" por el punto donde comienzan a actuar los frenos, correspondiente a la velocidad de corte w_{cut} (ver fig. 5). Hasta ese punto, la curva puede ser descrita por un polinomio de grado 3, como mínimo, puesto que la energía del viento es función de la tercera potencia de la velocidad. A partir de w_{cut} hasta w_{max} el polinomio es una recta en el caso de frenos mecánicos (rotor B, fig. 5) puesto que la potencia se mantiene constante. Si el generador posee frenos aerodinámicos (rotor A, fig. 5) un polinomio de grado 4 es suficiente para su aproximación.

Son necesarios entonces 7 puntos:

$$w_{on} = w_0 < w_1 < w_2 < w_3 = w_{cut} < w_4 < w_5 < w_6 = w_{max}$$

El valor de la derivada sobre w_{on} nos da el quinto parámetro para la identificación del primer polinomio P_a . El quinto parámetro del segundo polinomio P_b es la condición de continuidad:

$$\left. \frac{\partial P_a}{\partial w} \right|_{w=w_{cut}} = \left. \frac{\partial P_b}{\partial w} \right|_{w=w_{cut}}$$

Para la predicción de la velocidad de viento a la altura h del generador, dada la velocidad $w(h_a)$ medida a la altura h_a del anemómetro, se utiliza la siguiente relación:

$$\frac{w(h)}{w(h_a)} = \left(\frac{h}{h_a} \right)^\tau$$

donde:

$$\tau = \ln^{-1}(h/z_0)$$

z_0 = altura de rugosidad

4. Simulación de un sistema eólico-fotovoltaico:

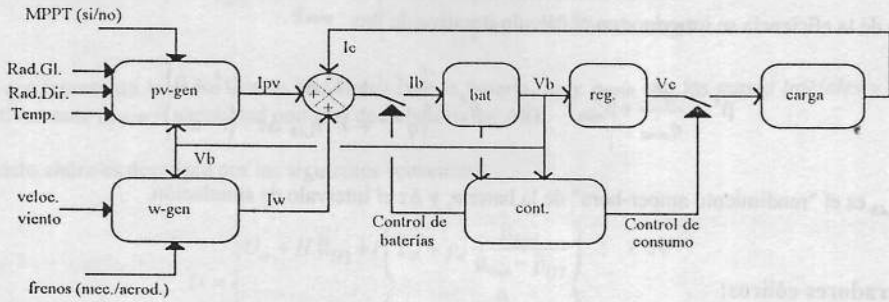


Fig. 6.- Diagrama de bloques del sistema.

El sistema de la fig. 6. es simulado para condiciones climáticas de la localidad de Valentia -Irlanda-, situada a 51°56' lat. N. y 10°15' long. O., con una altitud de 20 mts. s.n.m. Los datos extraídos del Año de Referencia (Test Reference Year) han sido elaborados con datos correspondientes al período 1951-1975, y presenta valores horarios de temperatura, radiación global y directa, y velocidad de viento, entre otros.

4.1. Simulaciones con datos horarios y promedio diario:

La fig. 7. muestra el voltaje de las baterías para el sistema simulado con datos horarios y con los mismos datos promediados en forma horaria. Mientras que la simulación diaria presenta un funcionamiento normal durante 10 días, la simulación horaria revela que el sistema cae antes del tercer día de funcionamiento. Ésto revela que, aún cuando las simulaciones diarias reducen drásticamente el tiempo de cálculo, no son suficientemente confiables para el análisis del sistema.

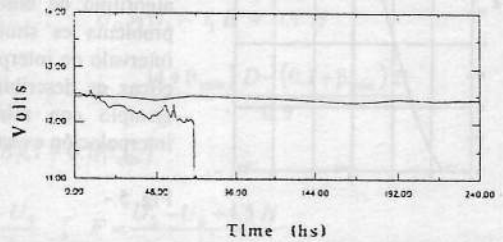


Fig. 7.-

4.2. Comportamiento de sistemas híbridos y monovalentes:

Las figs. 8a y 8b presentan resultados para sistemas monovalentes (fotovoltaico y eólico respectivamente) conectados a la misma demanda energética, que es cubierta en un 57% durante un año. Las diferencias son:

- el sistema fotovoltaico es 34% más caro que el eólico.
- el período máximo de provisión de energía a la demanda en forma ininterrumpida es del 32% anual para el sistema fotovoltaico, mientras que de sólo 9% anual para el sistema eólico.

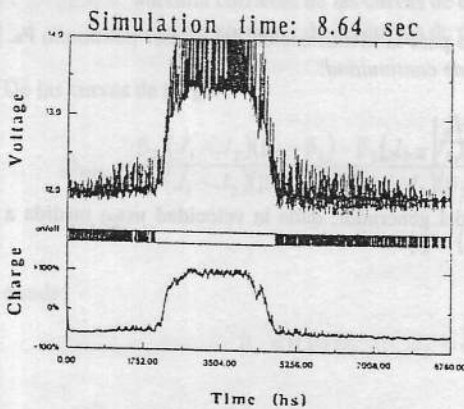


Fig. 8a.-

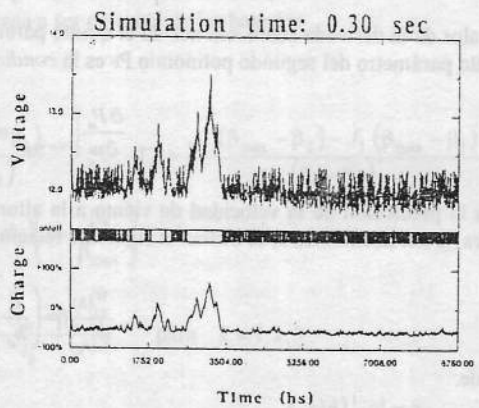


Fig. 8b.-

Se observa así que la generación de energía de los sistemas eólicos es menos costosa que para los fotovoltaicos y está más distribuida durante el año, con intervalos relativamente pequeños de provisión ininterrumpida. Si es necesario contar con provisión ininterrumpida por más tiempo, es necesario entonces hacer una inversión mayor para la instalación de un sistema monovalente fotovoltaico. Otra alternativa se muestra en la fig. 9, donde un sistema híbrido con el mismo costo de inversión que el sistema eólico de la fig. 8b provee mayor generación de energía (63% de la demanda) y alcanza un intervalo de provisión ininterrumpida del 40% anual. Por lo tanto es posible mejorar la provisión energética sin incrementar los costos de inversión por medio del uso de sistemas combinados eólico-fotovoltaicos.

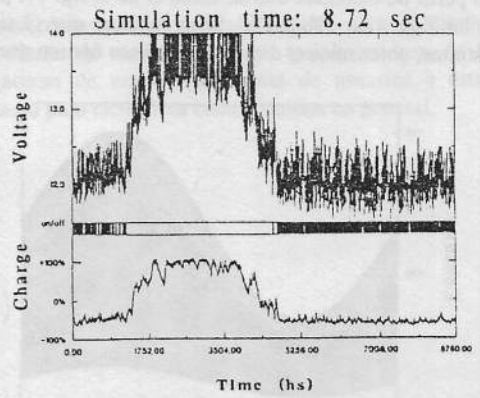


Fig. 9.-

4.3. Comparación de sistemas con distintos parámetros de control:

Las figs. 10a y 10b presentan el comportamiento del sistema de la fig. 6 en donde el consumo es desconectado cuando las baterías alcanzan el 50% de descarga. La diferencia entre ambas es que el consumo vuelve a ser conectado cuando la energía generada es suficiente para cubrir con la demanda, *sin restaurar el nivel de carga de las baterías* (fig. 10a) o *esperando el restablecimiento de las mismas* (fig. 10b). Esta última característica hace que el sistema sea más estable, puesto que la frecuencia de conexión/desconexión disminuye.

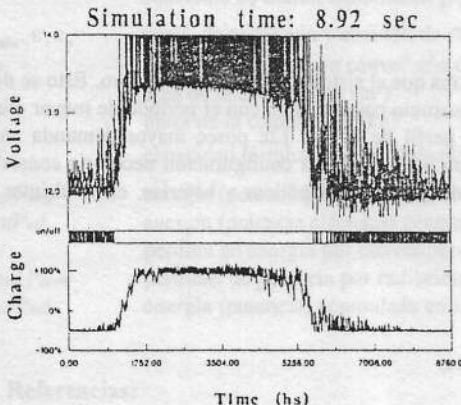


Fig. 10a.-

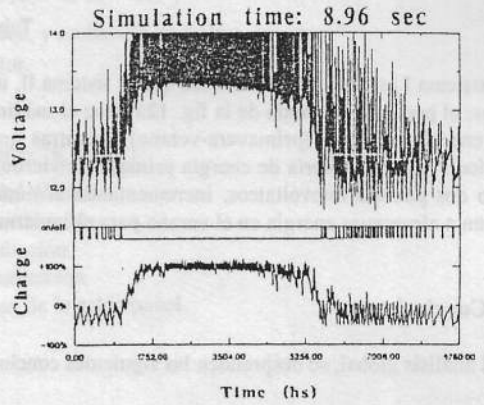


Fig. 10b.-

4.4. Comparación de sistemas con distintos perfiles de demanda:

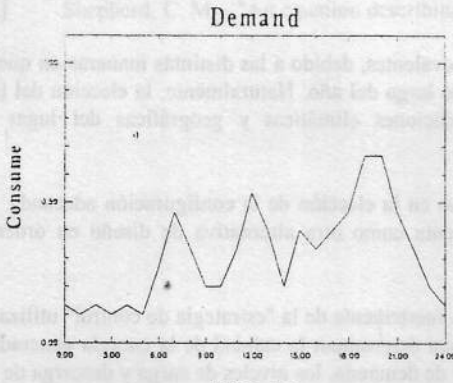


Fig. 11.-

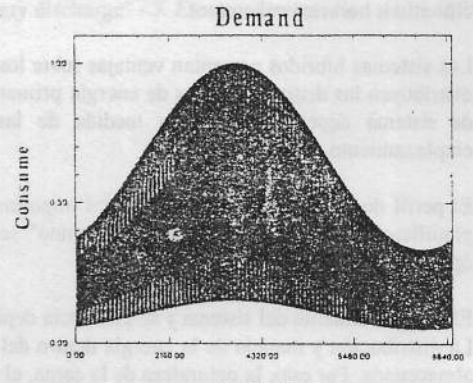
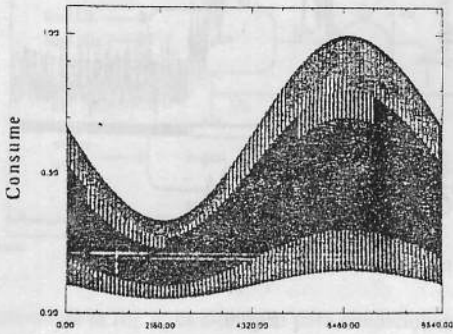
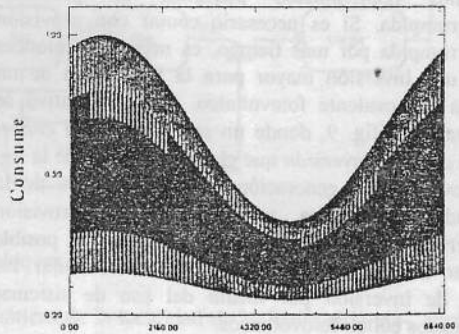


Fig. 12a.-

Un perfil de demanda diaria, como el de la fig. 11, puede tener distintas variaciones anuales, como se muestra en las figs. 12a, 12b y 12c. Si se requiere que el sistema cubra el 100% de la demanda para los tres casos distintos, obtenemos el dimensionamiento óptimo que se muestra en la Tabla 1.



Time hs
Fig. 12b.-



Time hs
-Fig. 12c.-

sistema	demanda	acroturbinas	pv-paneles	baterías	costo (\$)
I	Fig. 12a.-	1	20	4	2275.-
II	Fig. 12b.-	2	8	6	2650.-
III	Fig. 12c.-	2	2	9	3135.-

Tabla 1.-

El sistema I es 14% más económico que el sistema II, mientras que el sistema III es 18% más caro. Esto se debe a que el perfil de demanda de la fig. 12a tiene el máximo consumo coincidiendo con el período de mayor oferta de energía primaria (primavera-verano), mientras que el perfil de la fig. 12c posee mayor demanda en el período de menor oferta de energía primaria (invierno). Para este último, la configuración necesaria consta de sólo dos paneles fotovoltaicos, incrementando el número de generadores eólicos y baterías, estas últimas en orden a almacenar energía en el verano para el invierno.

5. Conclusiones

Del análisis global, se desprenden las siguientes conclusiones:

- La simulación con datos promedio diarios no es suficientemente precisa debido a la naturaleza de la generación de energía renovable: la radiación solar produce energía solamente durante las horas del día, y el viento es una fuente con grandes fluctuaciones y variaciones de alta frecuencia. Debido a esto, es imprescindible la simulación horaria, aún cuando esta supone mayor costo computacional y datos climáticos horarios coherentes.
- Los sistemas híbridos presentan ventajas sobre los monovalentes, debido a las distintas maneras en que se distribuyen las distintas fuentes de energía primaria a lo largo del año. Naturalmente, la elección del tipo de sistema dependerá en gran medida de las condiciones climáticas y geográficas del lugar de emplazamiento.
- El perfil de demanda anual juega un rol importantísimo en la elección de la configuración adecuada. La planificación de una "estrategia de consumo" se presenta como otra alternativa de diseño en orden a optimizar el costo de la energía generada.
- El comportamiento del sistema y su eficiencia dependen fuertemente de la "estrategia de control" utilizada. La distribución y manejo de la energía dentro del sistema determinan la calidad de la energía generada y almacenada. Por esto, la naturaleza de la carga, el perfil de demanda, los niveles de carga y descarga de los acumuladores, el uso de seguidores de punto de máxima potencia, etc. afectan la eficiencia del sistema y con ello el costo de la energía generada.

La simulación horaria anual de tales sistemas se presenta como una herramienta potente para el diseño, análisis, evaluación y optimización de los mismos. El diseño de modelos precisos que hacen uso de la información común y fácil de obtener, posibilitan el acceso de una amplia gama de usuarios a estas simulaciones. Por esto, el programa se presenta adecuado tanto para científicos como usuarios en general.

6. Notación:

t	tiempo.
$\phi(\zeta)$	densidad de flujo radiante global (W m^{-2})
$\phi_d(\zeta)$	densidad de flujo radiante directo.
T	temperatura ($^{\circ}\text{K}$).
T_o	temperatura standard ($25^{\circ}\text{C} = 298^{\circ}\text{K}$).
T_{sky}	temperatura de ciclo.
T_{amb}	temperatura ambiente.
k_o	constante de proporcionalidad del diodo ($\text{A}/^{\circ}\text{K}$).
δ, η	constantes del material de la juntura P-N de las celdas.
E_g	tensión de juntura (dependiente del material)
k	constante de Boltzmann ($1,3854 \times 10^{-23} \text{ Joule } ^{\circ}\text{K}^{-1}$)
q	carga elemental del electrón ($1,6021 \times 10^{-19} \text{ Joule V}^{-1}$)
σ	constante de Stefan-Boltzmann ($5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ } ^{\circ}\text{K}^{-4}$)
$\alpha_{abs}, \epsilon, \epsilon_s$	coefs. de absorción y emisión de radiación, y emitancia de ciclo.
h_p	coef. de película para convección de calor.
A	área de la celda/panel (m^2)
m	masa de la celda/panel (kg)
cp	capacidad térmica de la celda/panel ($\text{Joule } ^{\circ}\text{K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$)
$E_R, (P_{sol})$	energía (potencia) recibida del sol (Joule, Watt).
$E_G, (P_{el})$	energía (potencia eléctrica) generada por la celda.
E_c	pérdida de energía por convección y radiación.
P_{Rad}, P_{conv}	pérdidas de potencia por radiación y convección.
$E_A, (P_{ac})$	energía (potencia) acumulada en la masa de la celda/panel.

7. Referencias:

- [1] Schumacher-Gröhn, J. - "Digitale Simulation regenerativer elektrischer Energieversorgungssysteme" PhD. Tesis - Universität Oldenburg - Alemania - 1991.
- [2] Shepherd, C. M. - "An equation describing battery discharge" - *J. Electrochemical Soc.* 112 - 1978.