

CONSTRUCCION DE PARABOLOIDES EN REVOLUCION POR MEDIO DE SISTEMAS ROTATORIOS-

LIC. EDUARDO J. GARIS; LIC. JORGE A. FOLLARI.-

TECNO SOLAR S.R.L. COLON 1376.- SAN LUIS.- ARGENTINA.-

RESUMEN

Es un hecho conocido que todo líquido rotante toma la superficie de mínima energía de acuerdo con las fuerzas presentes en dicho sistema. La superficie de mínima energía para un líquido rotante en el campo gravitatorio constante, será un paraboloide en revolución.-

Si el líquido considerado se SOLIDIFICA durante el proceso de rotación tomará la forma de la superficie que tenga en ese momento.- La superficie que tendrá el paraboloide formado será de una gran perfección, ya que solo la construirán las fuerzas presentes.-

La utilidad de éste procedimiento reside en el hecho de que se pueden obtener moldes de gran perfección para la construcción de concentradores solares.-

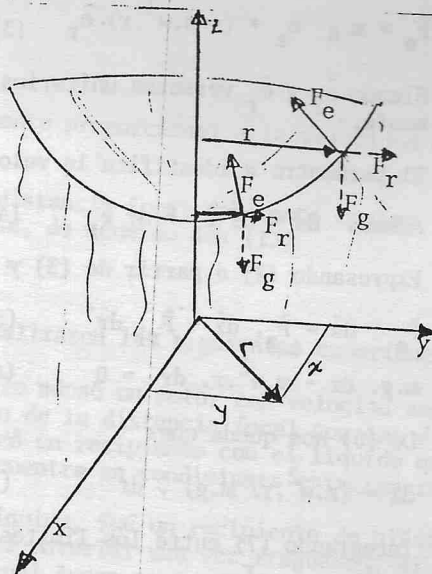
OBTENCION TEORICA DE LA ECUACION DEL PARABOLOIDE.-

De acuerdo a lo observado en el ESQUEMA 1, cuando un líquido se encuentra en rotación todo elemento de volumen se encuentra en equilibrio por la acción de las fuerzas presentes en ese sistema. Como todo sistema rotatorio es un sistema de coordenadas NO INERCIAL, debemos considerar también dentro de las fuerzas, a aquellas NO INERCIALES.- Podemos por lo tanto decir que:

$$\text{FUERZA DE EMPUJE} = \text{FUERZA GRAVITATORIA} + \text{FUERZA NO INERCIAL.-}$$

La fuerza no inercial no es otra que la llamada fuerza centrífuga, que en este sistema cumple un rol fundamental en la formación de la superficie.-

La fuerza gravitatoria será la misma para todos los elementos de volúmenes considerados. No así la fuerza centrífuga, ya que ésta cambiará su valor con la distancia al eje de rotación.- Además si el líquido rotante tiene el eje de giro paralelo a la aceleración gravitatoria, las direcciones de las fuerzas centrífugas y gravitatorias serán mutuamente perpendiculares.- La fuerza gravitatoria tendrá la dirección de eje -z (Ver esquema 1), y la fuerza centrífuga la dirección del radio vector que une el elemento de volumen considerado con el eje de las z (eje de rotación). La ecuación del radio vector r será la siguiente:



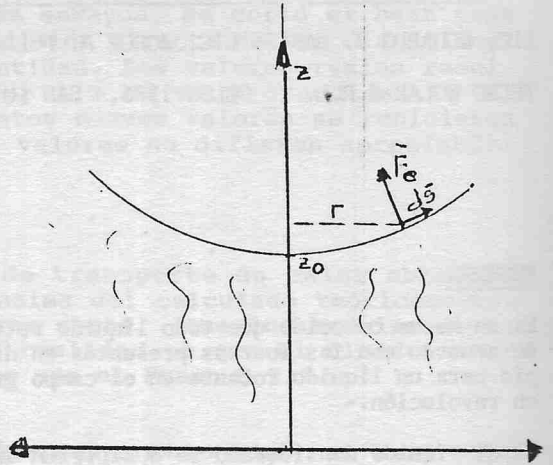
ESQUEMA 1

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (1)$$

Por lo tanto vemos que la fuerza de empuje será una fuerza variable en DIRECCION y MODULO, con cada valor de r para una dada velocidad de rotación.-

Así las fuerzas de empuje formaran un campo de fuerza que será PERPENDICULAR A LA SUPERFICIE EN TODO PUNTO.-

Al tomar el producto escalar entre el vector FUERZA DE EMPUJE y un pequeño vector desplazamiento que se encuentre sobre la superficie; en cualquier punto de la misma se verificará que:



$$\vec{F}_e \cdot d\vec{s} = 0 \quad (2)$$

ESQUEMA 2

Siendo $d\vec{s}$; vector desplazamiento (sobre la superficie). Ver ESQUEMA 2

" \vec{F}_e , fuerza de empuje del líquido.-

$$\vec{F}_e = m \cdot g \cdot \vec{e}_z + (-m \cdot w^2 \cdot r) \cdot \vec{e}_r \quad (3)$$

Siendo \vec{e}_z y \vec{e}_r versores unitarios en la dirección de la dirección z y r respectivamente.-

El parámetro w identifica la velocidad angular de rotación del líquido.-

$$\text{Además } d\vec{s} = dz \vec{e}_z + dr \vec{e}_r \quad (4)$$

Expresando (2) a partir de (3) y de (4), nos queda:

$$\vec{F}_e \cdot d\vec{s} = \vec{F}_z \cdot dz + \vec{F}_r \cdot dr \quad (5)$$

$$m \cdot g \cdot dz - m \cdot w^2 \cdot r \cdot dr = 0 \quad (6)$$

De (6) nos queda que:

$$dz = (w^2 \cdot r / g) \cdot dr \quad (7)$$

Integrando (7) entre los límites z_0 y z y r entre 0 y r ; queda:

$$\int_{z_0}^z dz = \int_0^r (w^2 / g) \cdot r \cdot dr \quad (8)$$

$$z = (w^2 / 2g) \cdot r^2 + z_0 \quad (9)$$

Que es la ecuación de un paraboloide en revolución, con el origen desplazado sobre el eje z a la posición z_0 , y la constante que nos fijará la curvatura de las ramas del paraboloide estará dada exclusivamente por la cantidad;

$$(w^2 / 2g) \quad (10)$$

De acuerdo a lo observado en la ecuación (10) la curvatura del paraboloide depende exclusivamente de la velocidad de rotación, al suponer constante la aceleración de la gravedad.-

Una conclusión anexa importante es que la curvatura del paraboloide NO DEPENDE DE LA DENSIDAD DEL LIQUIDO UTILIZADO.-

Todos estos razonamientos se sacaron despreciando las fuerzas viscosas del líquido ya que se toman tiempos lo suficientemente largos para que las condiciones sean estacionarias.-

OBTENCION DEL FOCO DEL PARABOLOIDE.-

Sabemos por los tratados de energía analítica (a) que la posición del foco en un paraboloide de revolución será el siguiente:

Si el paraboloide tiene la ecuación :

$z = k \cdot r^2$; la distancia focal f será igual a:

$$f = 1/4.k \quad (11)$$

Si nosotros tomamos nuestro paraboloide con el eje de coordenadas situado en su vértice, la ecuación que nos quedará será:

$$z = (w^2/2g) \cdot r^2 \quad (12)$$

De (11) y de (12) tendremos que:

$$f = (g/2 \cdot w^2) \quad (13)$$

Vemos pues que la distancia focal será inversamente proporcional a la velocidad de rotación al cuadrado.-

Por lo tanto para obtener paraboloides de gran distancia focal deberemos contar con una velocidad de rotación pequeña y viceversa, de acuerdo con (13)

DISEÑO DEL EQUIPO

Con el objeto de probar estas conclusiones se realizaron las siguientes experiencias

- 1) Se tomo una plataforma giratoria a la que se le adosó un motor con velocidad angular variable con el objeto de probar la variación de la distancia focal con las distintas revoluciones. Sobre la plataforma se colocó un recipiente con el líquido que se hará fraguar luego de que la plataforma se encuentre en condiciones estacionarias.
- 2) El recipiente utilizado como contenedor del líquido, fué un recipiente de plástico semirígido (para permitir un facil desmolde del material una vez fraguado), al que se le acopló en su centro un eje central el cual luego se acopla al plato giratorio de modo que los centros coincidan.-
- 3) Se pone a girar el plato, regulando con el motor la velocidad deseada, y se va agregando el líquido con el fraguador incorporado, de modo que comience a solidificarse con un margen amplio de tiempo de modo que el líquido se estabilice junto con la rotación del recipiente, de modo de obtener condiciones estacionarias, como las que supusimos.-
- 4) Una vez solidificado el material se puede retirar el molde ya conformado.-

LIQUIDOS PROBADOS,-

Se usó resina poliéster con un fraguador que comenzaba la reacción de solidificación aproximadamente a los 10 minutos de realizada la mezcla.- Esto nos da un margen de tiempo suficiente para que se llegue a condiciones estacionarias.- Se obtuvo una superficie muy aceptable, cuyo diámetro fué de alrededor de 20 cm.-

Se usó también yeso con los mismos resultados.-

CUIDADOS A TENER PARA LA CONSTRUCCIÓN-

- a) Uniformidad de la velocidad de rotación (fundamental), ya que la variación de la curvatura es con el cuadrado de la velocidad angular.-
- b) Ausencia de vibraciones, ya que las mismas transmiten ondas mecánicas que perturbaban la superficie a conformar.-
- c) Uniformidad de la mezcla de las componentes (si se usan resina de 2 componentes) de modo que se evite el fraguado desparejo en el volumen de líquido rotante, que trae aparejado graves problemas de uniformidad y produce perturbaciones en la superficie.-
- d) El líquido debe fraguar lo más lentamente posible.- Esto evita el cambio brusco de viscosidad, que genera torbellinos que se transmiten a la superficie mientras la misma se está endureciendo, deformando así la superficie.- Estos torbellinos son producidos por la adherencia entre el líquido rotante y el recipiente contenedor.-

Este punto merece un análisis más detallados, pues en las experiencias realizadas las únicas deformaciones de la superficie (aunque muy pequeñas) fueron producidas por el fraguado muy rápido de la resina usada.-

Se penso en una solución que quizás elimine este problema, como lo es usar dos líquidos (no miscibles) donde el líquido que frague debe ser el de menor densidad de modo que flote sobre el de mayor densidad.-

Por ejemplo si resina tiene una densidad supuesta de 1, el líquido a usar debe tener mayor densidad que uno.- Si por ejemplo usamos glicerina que tiene densidad mayor que uno la resina flotará sobre la glicerina.- Si la misma no se combina con la resina, proveerá un recipiente "flexible" sobre el que rotará el líquido fraguante sin que se produzcan torbellinos por el aumento de viscosidad repentino del líquido superior, ya que el líquido soporte absorberá este aumento.-

Esto último no ha sido probado, pero se piensa que es una posibilidad de solución para poder usar líquidos que tengan un tiempo de fraguado muy corto.-

IMPORTANCIA EN LA OBTENCION DE ESTOS MOLDES-

Se pueden obtener paraboloides de dimensiones tan grandes como lo permita los dispositivos giratorios que se posean, lograndose en breve tiempo moldes para la construcción de paraboloides de una perfección tal que no lo permite ninguna herramienta.-

La obtención de moldes con focos en distintas posiciones de acuerdo a la velocidad angular que se use.- Este es un procedimiento sumamente rápido y eficaz.-

APLICACIONES.-

Obtención de moldes de dimensiones y curvaturas deseadas, con gran rapidez y perfección.- Esto posibilita la fabricación seriada luego en materiales termoformables o con resinas reforzadas sobre los moldes obtenidos.- Los mismos se podrán espejar

