

PROPAGACION DE ERRORES EN LA MEDICION DE HUMEDAD.

Graciela Lesino *, Diego Saravia †
INENCO.

Universidad Nacional de Salta
Calle Buenos Aires 177
4400 - Salta. ARGENTINA

RESUMEN

En este trabajo se analiza la propagación de errores en el cálculo de la humedad del aire cuando se mide la temperatura y la temperatura de bulbo húmedo.

El conocimiento preciso de la humedad absoluta es de fundamental importancia para la realización de balances de masa y energía y en la determinación de constantes de transferencia de masa en sistemas que utilizan el aire húmedo y donde no se puede medir la cantidad transferida por otros métodos.

Se analiza el efecto de los distintos factores de error como la presión y el método de cálculo usado.

INTRODUCCION.

Para determinar la humedad o diferencias de humedad con psicrómetros se miden dos temperaturas, la de Bulbo Húmedo y la de Bulbo Seco.

Conocidas las mismas hay que realizar una serie de cálculos para determinar la humedad. Se pueden efectuar con métodos de distinta aproximación.

Se ha contrastado el cálculo con las fórmulas de los gases perfectos contra el cálculo más exacto [1] que utiliza ecuaciones de gases reales y considera varios factores de corrección. Para este último se ha desarrollado una biblioteca de rutinas en QuickBasic y un programa "PSICRO" que automatiza el procedimiento. [3], [4], [2].

En los cálculos de propagación de errores se utilizan las fórmulas que consideran al aire húmedo como gas ideal.

En las próximas secciones se analizará cada una de las fuentes de error evaluando su incidencia en las distintas etapas de cálculo.

*SAPIU - CONICET

†Becario del CONICET.

Se ha notado como Err_X a los errores existentes en las correlaciones de las distintas propiedades del aire húmedo.

Los errores de las fórmulas exactas se estiman como la diferencia entre los resultados entregados por el programa PSICRO y las tablas de ASHRAE. En definitiva estos errores demuestran ser insignificantes comparados con los otros.

LAS FUENTES DEL ERROR

LA TEMPERATURA: MEDICION Y ERROR

El error en la medición de temperatura se divide en dos sumandos: el error de cada medida asociado con el tipo de termómetro y el error asociado con la precisión del sistema de calibración, uniforme para todos los termómetros.

$$\Delta_{T_i} = \Delta_{t_i} + \Delta_{ct}$$

El Δ_{ct} , error en la calibración, se estima en una décima de grado, lo que se puede conseguir con un sistema de calibración basado en termómetros certificados.

El error de cada medida se estima en seis centésimas de grado, lo que se puede conseguir con resistencias de platino o con un buen termistor.

ERRORES EN LA TEMPERATURA TERMODINAMICA DE BULBO HUMEDO.

Frecuentemente se utiliza la temperatura del bulbo húmedo como la temperatura termodinámica de bulbo húmedo.

La diferencia causada por esta suposición disminuye considerablemente si se usan puntas chicas, blindadas y con una corriente de aire aspirada de buena velocidad [5].

Se estima el error como $\pm 0.3^\circ C$, lo cual es valido en las condiciones ya especificadas.

El cálculo de la propagación de errores se realiza bajo la mencionada suposición.

LA PRESION ATMOSFERICA: MEDICION, ESTIMACION Y ERROR.

Se tomara como ejemplo a la ciudad de Salta (El Aybal) que se encuentra a 1220 m de altura. La presión atmosférica estimada según el modelo de la "Atmósfera Estándard U.S." [5] será entonces de 87503.8 Pa.

En realidad la presión oscila entre 89000 y 85700 Pa, con medias mensuales entre 875.7 hPa y 878.8 hPa para enero y agosto respectivamente y anual de 877.4 hPa.

Si para determinar la humedad estimamos la presión como la media anual, podemos cometer un error de:

$$\frac{\Delta_e P_a}{P_a} = .02$$

Si en cambio, se mide la presión con un barómetro de mercurio se puede llegar a un error de $\pm 13 P_a$. Entonces:

$$\frac{\Delta_m P_a}{P_a} = .00015$$

El error es mucho mayor si no se toma en cuenta la altitud del lugar. Este error no se calcula.

EL ERROR EN LA PRESION DE VAPOR.

$$P_v = P_v(t) \pm Err_{P_v}$$

El Err_{P_v} no se lo estima pues P_v se utiliza sólo para calcular W y estimaremos Err_W globalmente.

Diferenciando la regresión de P_v y calculando sus valores extremos:

t	P_v	$\frac{dP_v}{dt}$
10	1227.94	.067
50	12309.60	.050

Se estudiara directamente el error en la Humedad de Saturación.

EL ERROR EN LA HUMEDAD DE SATURACIÓN.

$$W = k \frac{P_v}{(P_a - P_v)} \pm Err_W$$

$$k = \frac{PM_{H_2O}}{PM_{Aire}} = \frac{18.013}{28.964} = 0.622$$

De [3] se determina que $\frac{Err_W}{W} = 3 * 10^{-4}$ si se utiliza la fórmula exacta y $Err_W = 6 * 10^{-3}$ con la aproximada. Propagando errores:

$$\frac{dW}{W} = \frac{1}{1 - \frac{P_v}{P_a}} \left[\left(1 - 2 \frac{P_v}{P_a} \right) \frac{dP_v}{P_v} + \frac{dP_a}{P_a} \right] \pm Err_W$$

Rangos de variación:

P_a	P_v	$\frac{P_v}{P_a}$	$1 - 2 \frac{P_v}{P_a}$	$\frac{1}{1 - \frac{P_v}{P_a}}$	$\frac{1 - 2 \frac{P_v}{P_a}}{1 - \frac{P_v}{P_a}}$
89000	1228	.014	.972	1.0284	.945
85700	12300	.143	.714	1.1669	.833

ERRORES EN LA ENTALPIA.

De [5] se toma la ecuación aproximada a efectos de propagar errores:

$$H = 1005 t + 1884 w t + 2502300 w \pm Err_H$$

Se estima el $\frac{Err_H}{H} = 1.2 \cdot 10^{-5}$ calculado de [3], no se estimará el error de las fórmulas aproximadas para la entalpía. Derivando:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = 1005 + 1884 w$$

$$\frac{\partial H}{\partial w} = 2502300 + 1884 t$$

es necesario utilizar una función inversa de la entalpía $WH(t, H)$

$$\frac{\partial WH}{\partial t} = - \frac{\frac{\partial H}{\partial t}}{\frac{\partial H}{\partial w}}$$

$$\frac{\partial WH}{\partial H} = \frac{1}{\frac{\partial H}{\partial w}}$$

$$Err_{WH} = \frac{Err_H}{\frac{\partial H}{\partial w}}$$

son de interés posterior las siguientes fórmulas que se tabulan con su rango de variación

t	W	$\frac{\partial H}{\partial t}$	$\frac{\partial H}{\partial w}$	$\frac{\frac{\partial H}{\partial t}}{\frac{\partial H}{\partial w}}$	H	$\frac{H}{\frac{\partial H}{\partial t}}$
10	0.006	1016	2521140	.000403	25176	.009
10	0.02	1043	2521140	.000414	60473	
50	0.006	1005	2596500	.000391	65829	
50	0.02	1043	2596500	.000406	102180	.039

se tomarán:

$$\frac{\partial H}{\partial w} = 2521140 \quad (\text{el menor})$$

$$\frac{\frac{\partial H}{\partial t}}{\frac{\partial H}{\partial w}} = .000414 \quad (\text{el mayor})$$

Se hace notar que el punto $10^{\circ}C; .02$ no existe, y que son sobreestimados los valores. El cociente máximo entre dos posibles $\frac{\frac{\partial H}{\partial t}}{\frac{\partial H}{\partial w}}$ es de 1.06, y en realidad (ver próxima sección) el cociente que interesa es siempre entre dos puntos con la misma H . No se calculará el cociente con esta restricción y se establecerá igual a 1.

ERRORES EN LA DETERMINACION DE HUMEDAD.

Además de calcular los errores con las ecuaciones aproximadas se despreciará la entalpía del agua involucrada, entonces:

$$W = WH(t_s, H(t_w, W(P, P_v(t_w))))$$

Se aplicará la siguiente notación: $f(s)$ será la función $f(x, \dots, x_n)$ evaluada en \bar{x} correspondiente al aire con su humedad y su temperatura (t_s); $f(w)$ será $f(\bar{x})$ evaluada para el aire saturado con temperatura t_w . Si la $f(\bar{x})$ se encuentra derivada, se entenderá que a la derivada de la función $f()$ deberá tomársela en la condición \bar{x} . Luego se aproxima igualando: $f(w) = f(s) = f$. Analizaremos las primeras diferenciales:

$$\Delta W = -\frac{\frac{\partial H(s)}{\partial t}}{\frac{\partial H}{\partial W}} \Delta t_s + \frac{\frac{\partial H(w)}{\partial w}}{\frac{\partial H}{\partial W}} \Delta w (P_v, P_a) + \frac{\frac{\partial H(w)}{\partial t}}{\frac{\partial H}{\partial W}} \Delta t_w + \frac{(Err_H(s) + Err_H(w))}{\frac{\partial H(s)}{\partial W}}$$

aproximando y desarrollando el $\Delta w (P_v, P_a)$

$$\Delta W = \frac{\frac{\partial H}{\partial t}}{\frac{\partial H}{\partial W}} (\Delta t_w - \Delta t_s) + \frac{W}{1 - \frac{P_v}{P_a}} \left[\left(1 - 2 \frac{P_v}{P_a} \right) \frac{dP_v}{dt} \Delta t_w + \frac{\Delta P_a}{P_a} + \frac{Err_W}{W} \right] + 2 \frac{Err_H}{\frac{\partial H}{\partial W}}$$

ordenando queda:

$$\begin{aligned} \Delta w = & \Delta t_w \left[\frac{\frac{\partial H}{\partial t}}{\frac{\partial H}{\partial W}} + W \left(\frac{1 - 2 \frac{P_v}{P_a}}{1 - \frac{P_v}{P_a}} \right) \frac{dP_v}{dt} \right] \\ & + \Delta t_s \frac{\frac{\partial H}{\partial t}}{\frac{\partial H}{\partial W}} \\ & + \Delta_c t W \left(\frac{1 - 2 \frac{P_v}{P_a}}{1 - \frac{P_v}{P_a}} \right) \frac{dP_v}{dt} \\ & + \frac{\Delta P_a}{P_a} \left(\frac{W}{1 - \frac{P_v}{P_a}} \right) \\ & + \frac{Err_W}{1 - \frac{P_v}{P_a}} \\ & + \frac{2Err_H}{\frac{\partial H}{\partial w}} \end{aligned}$$

CONCLUSIONES.

En la Tabla 1 analizamos los valores y maximizamos el error relativo en w para w entre .006 y .02. Se hace notar que el término de error de $\Delta_c t$ y de ΔP_a se hacen cero para mediciones de diferencias de humedad multiplicándose los otros por dos, y que para procesos adiabáticos donde no varía Δt_w se hace cero ese término de error.

Como comprobación de estos cálculos se corrió el programa PSICRO y se calculó la humedad en función de la t , la t_w y la presión, cambiándolas de a una. Además se simuló una variación de la temperatura de referencia modificando t y t_w simultáneamente. Los resultados están en la Tabla 2. No coinciden exactamente porque los cálculos analíticos se hacen en forma genérica para toda la zona de trabajo.

El valor de referencia se tomó en: $t = 20^\circ C$, $t_w = 15^\circ C$, $P = 101.325 Pa$ la humedad de referencia es $8.62 \frac{gr}{kg}$.

En la Tabla 3 se resumen los errores estimados en la medición de humedades y diferencias de humedad.

Error	Valor	$\frac{\Delta w}{\Delta M}$	$Max \left(\frac{\Delta w}{w} \frac{1}{\Delta M} \right)$	$100 \frac{\Delta w}{w}$
Δt_w	0.36	$4.1 * 10^{-4} + .067 w$	0.14	5.04 %
Δt_s	0.06	$4.1 * 10^{-4}$	0.07	0.41 %
$\Delta_c t$	0.1	.067 w	0.07	0.67 %
$\Delta_m P_a / P_a$	0.00015	1.17 w	1.17	0.02 %
$\Delta_c P_a / P_a$	0.02	1.17 w	1.17	2.34 %
Err_H / H	$1.2 * 10^{-5}$	0.08	13.30	0.02 %
$Err_{W_{cr}} / W$	$3 * 10^{-4}$	1.2 w	1.20	0.04 %
$Err_{W_{ap}} / W$	$6 * 10^{-3}$	1.2 w	1.20	0.72 %

Tabla 1: Cálculo de Errores.

Como se observa, es de suma importancia reducir el error en la determinación de la temperatura termodinámica de bulbo húmedo. Para ello se debe analizar detalladamente el efecto de la velocidad del aire, el tamaño del bulbo, etc. Estas condiciones dependen del diseño físico del psicrómetro. Se encuentran fórmulas de corrección en [5].

También es importante el conocimiento de la presión en el momento de la medida siempre que no interesen solamente diferencias de humedades.

En tercer lugar es significativo el error producido por la utilización de formulas aproximadas, este es el error más barato de evitar.

Referencias

- [1] ASHRAE. *Brochure on Psychrometry.*, 1977.
- [2] Diego Saravia. Desarrollo de una calculadora psicrométrica. Presentado en el Tercer Encuentro Académico Tecnológico. Universidad de la Plata. IBM.
- [3] Diego Saravia. Termodinámica del aire húmedo. Informe Interno. INENCO.
- [4] Diego Saravia. *Manual del programa PSICRO*, 1992.
- [5] J.L. Threlkeld. *Ing. del Ambito Térmico*. 1973.

Variable variada	Cantidad	w	$\frac{\Delta w}{w}$
t_w	+0.36	9.02	4.60 %
t	-0.06	8.65	0.34 %
t_c	+0.10	8.69	0.81 %
P_a	-2%	8.84	2.55 %

Tabla 2: Cálculo de Errores con Psico.

	Med. Dif.Humedades	Med. Humedad
Midiendo P	11 %	6.2 %
Estimando P	11 %	8.5 %

Tabla 3: Errores en la Medición de W.